

## Praktikumsaufgabe Pk 2: **R, L, C bei Wechselstrom**

### Versuchsziel:

- Festigung und Vertiefung der Kenntnisse zum Wechselstromverhalten von R,L,C-Schaltungen
- Erwerb von Fertigkeiten bei der meßtechnischen Untersuchung von Wechselstromschaltungen
- Kennenlernen der Verformung von Rechteckimpulsen an einem RC-Tiefpaß

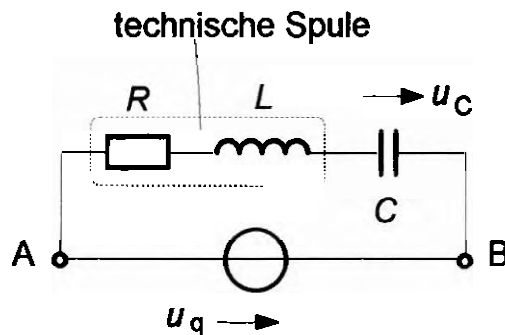
### Vorausgesetzte und im Eingangstest nachzuweisende Kenntnisse

- Wechselstromverhalten von R,L,C-Schaltungen, (komplexer Widerstand, Scheinwiderstand, Phasenverschiebung)
- Zeigerbilder
- Leistungsbegriffe bei Wechselstrom, Leistungsfaktor

**Versuchsaufgaben:****1. Untersuchung eines Reihenresonanzkreises, Zeigerbild**

1.1. (VA) Berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig für den im Bild 1 angegebenen Reihenresonanzkreis aus einer technischen Spule ( $R, L$ ) und einem Kondensator ( $C$ )

- den komplexen Widerstand  $\underline{Z}_{AB}$  und den Scheinwiderstand  $Z_{AB}$ ,
- den Phasenwinkel  $\varphi_Z$  des komplexen Widerstandes  $\underline{Z}_{AB}$ ,
- die Resonanzfrequenz  $f_0$ , die Güte  $\rho$ , die relative Bandbreite  $b$  und die absolute Bandbreite  $B$ .



$$\begin{aligned} C &= 1 \mu\text{F} \quad , \\ R &= 144 \Omega \quad , \\ L &= 1 \text{ H} \\ u_q(t) &= \hat{U}_q \cos \omega t. \end{aligned}$$

Bild 1

1.2. (VA) Stellen Sie den Scheinwiderstand  $Z_{AB}$  und den Phasenwinkel  $\varphi_Z$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 250 \text{ Hz}$  grafisch dar.

1.3. (VA) Zeichnen Sie maßstäblich das Zeigerbild des Stromes und aller Teilspannungen für die Fälle:

- $f = 100 \text{ Hz}, \quad U_q = 10 \text{ V} \quad ,$
- $f = f_0 \quad , \quad U_q = 1 \text{ V} \quad ,$
- $f = 250 \text{ Hz}, \quad U_q = 10 \text{ V} \quad .$

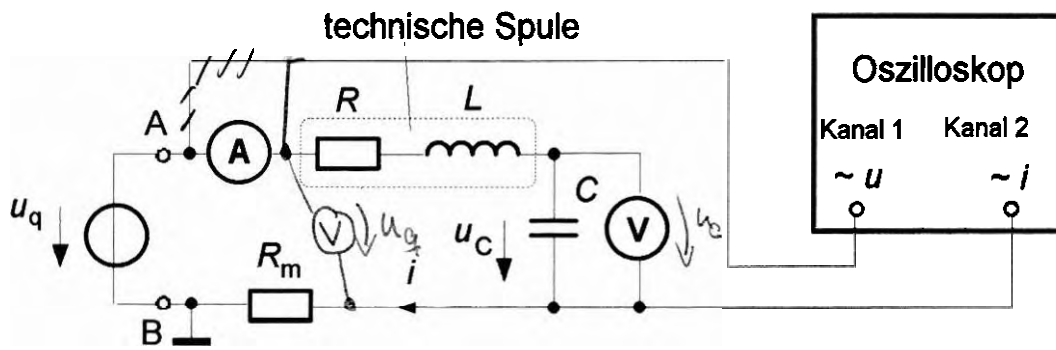
1.4. (VA) Berechnen Sie das Spannungsverhältnis  $U_C/U_q$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  und stellen Sie es für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 250 \text{ Hz}$  grafisch dar.

1.5. Realisieren Sie die Schaltung nach Bild 2 und bestimmen Sie den Scheinwiderstand  $Z_{AB}$ , die Phasenverschiebung  $\varphi_Z$  und das Spannungsverhältnis  $U_C/U_q$ .

Tragen Sie die Meßergebnisse in die Diagramme von 1.2. und 1.4. ein und ermitteln Sie die Güte  $\rho$  und die Bandbreite  $B$ .

Erklären Sie auftretende Abweichungen zwischen den berechneten und den gemessenen Werten.

**\*) Die mit (VA) gekennzeichneten Vorbereitungsaufgaben sind vor Praktikumsbeginn zu bearbeiten und im Protokollheft zu dokumentieren.**



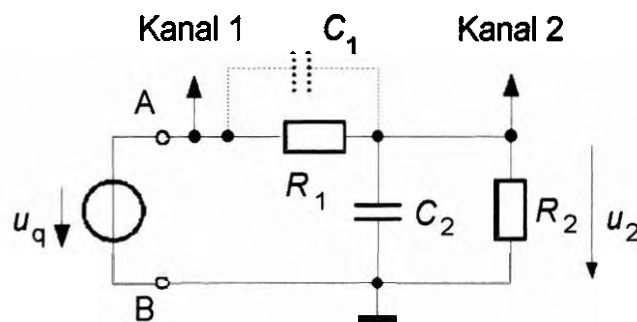
$$u(t) = \hat{U}_q \cos \omega t, \quad U_q = (5 \dots 10) \text{ V}, \quad C = 1 \mu\text{F}, \quad R = 144 \Omega, \quad L = 1 \text{ H}, \quad R_m = 1 \Omega$$

Der Einfluß des Meßwiderstandes  $R_m = 1 \Omega$  auf die Spannungsmessung kann vernachlässigt werden. Begründen Sie diese Aussage!

Bild 2

## 2. RC-Spannungsteiler, Bedingung für Frequenzunabhängigkeit

- 2.1. (VA) Berechnen Sie für den im Bild 3 dargestellten RC-Spannungsteiler ( $C_1 = 0$ ) das komplexe Spannungsverhältnis  $\underline{U}_2/\underline{U}_q$ . Ermitteln Sie allgemein und zahlenmäßig den Betrag  $U_2/U_q$ , den zugehörigen Phasenwinkel  $\varphi$  für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 4 \text{ kHz}$  und die Grenzfrequenz  $f_g$ . Stellen Sie beide Funktionen in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  in halblogarithmischem Maßstab grafisch dar (Frequenzmaßstab logarithmisch,  $U_2/U_q$ ,  $\varphi$  linear).



$$u_q(t) = \hat{U}_q \cos \omega t, \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 2 \text{ k}\Omega, \quad C_2 = 0,47 \mu\text{F}$$

Bild 3

- 2.2. (VA) Zu dem Widerstand  $R_1$  werde ein Kondensator mit der Kapazität  $C_1 > 0$  parallelgeschaltet. Berechnen Sie das komplexe Spannungsverhältnis  $\underline{U}_2/\underline{U}_q$  erneut und weisen Sie nach, daß dieses Spannungsverhältnis unter der Bedingung  $C_1 R_1 = C_2 R_2$  rein reell und damit frequenzunabhängig wird. **Die Tastköpfe für Hochfrequenz-Meßgeräte sind nach diesem Prinzip aufgebaut und gewährleisten eine weitgehende Frequenzunabhängigkeit.**

- 2.3. Realisieren Sie die Schaltung nach Bild 3 und ermitteln Sie für  $C_1 = 0$  im Frequenzbereich  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 4 \text{ kHz}$  das Spannungsverhältnis  $U_2/U_q$  und den zugehörigen Phasenwinkel  $\varphi$ , tragen Sie die Ergebnisse in die vorbereiteten Diagramme ein und ermitteln Sie die Grenzfrequenz  $f_g$ . Erklären Sie auftretende Abweichungen.
- 2.4. Berechnen Sie die Kapazität  $C_1$  des zur Frequenzunabhängigkeit führenden Kondensators und schalten Sie diesen Kondensator zu  $R_1$  parallel. Überprüfen Sie die Frequenzunabhängigkeit durch die Betrachtung des Betrages und des Phasenwinkels im Frequenzbereich  $20 \leq f \leq 20 \text{ kHz}$  und registrieren Sie das Betrags- und das Phasenverhalten.. 50Hz

 $U_2/U_q$  $\varphi$ 

### 3. Unbekannter Zweipol, Ersatzschaltungen, Wechselstromleistungen

- 3.1. (VA) An einem unbekannten Zweipol, der mit der Wechselspannung  $u(t) = \hat{U} \cos \omega t$  betrieben wird, werden die Spannung  $U$ , der Strom  $I$  und der Phasenwinkel  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  gemessen. Berechnen Sie allgemein die am Zweipol auftretenden Wirk-, Blind- und Scheinleistungen. Wie lassen sich aus den Meßwerten, bzw. den Leistungen, die Bauelemente einer einfachen Parallel- oder Reihen-Ersatzschaltung des Zweipols berechnen?

- 3.2. (VA) Berechnen Sie allgemein das Bauelement, das zum Zweipol parallelzuschalten ist, damit die Blindleistung null wird. (Blindleistungskompensation).

- 3.3. Realisieren Sie die Schaltung nach Bild 4 und messen Sie für eine Frequenz  $f$  im Bereich von 50 Hz bis 100 Hz die Größen  $U$ ,  $I$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$ , bestimmen Sie außerdem das Vorzeichen von  $\varphi$ .

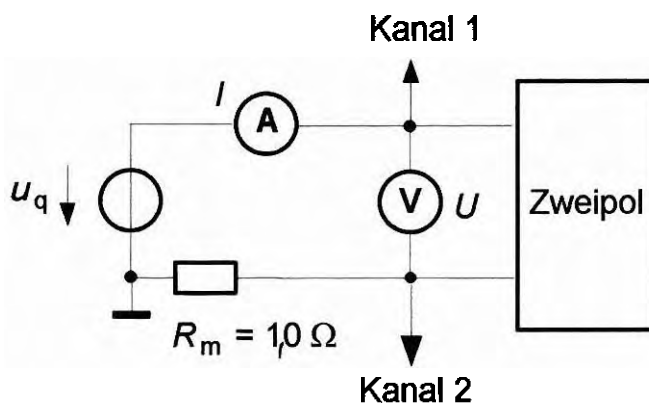


Bild 4

Somit Phasenverschiebung  
fehlt!

fehlt nicht!

10 Ohm

- 3.4. Bestimmen Sie aus den Meßwerten die Wirk-, Blind- und Scheinleistungen und zeichnen sie maßstäblich das zugehörige Zeigerbild.

machen.

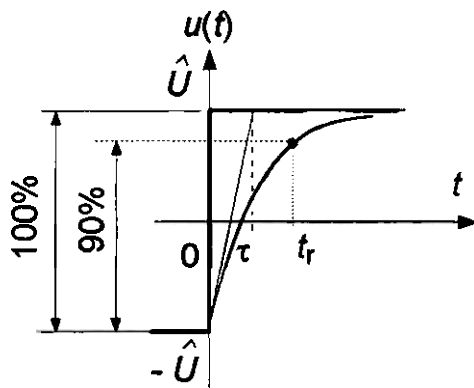
- 3.5. Berechnen Sie aus den Meßergebnissen von 3.3. die Elemente einer einfachen Parallelersatzschaltung und einer einfachen Reihenersatzschaltung des Zweipols. Zeichnen Sie dafür maßstäblich die Zeigerbilder.
- 3.6. Ermitteln Sie das zur Blindleistungskompensation erforderliche Bauelement und schalten Sie es zum Zweipol parallel. Messen Sie die Größen  $U$ ,  $I$  und  $\varphi$  erneut und berechnen Sie die Wirk und die Scheinleistungen.

#### 4. Impulsverformung an einem RC-Tiefpaß

Der RC-Tiefpaß im Bild 5 wird mit einer symmetrischen bipolaren Rechteckspannung  $u(t)$  betrieben, die über den Widerstand  $R$  den Kondensator  $C$  periodisch auf- und entlädt.

Diese Anordnung entspricht in 1. Näherung der Übertragung von Rechteckimpulsen über eine Leitung.

Die Umladevorgänge verlaufen nach Exponentialfunktionen, die Ladezeitkonstante ist  $\tau = RC$ .



Für den Umladevorgang von  $-\hat{U}$  auf  $\hat{U}$  gilt für  $T \gg \tau$

$$u(t) = \hat{U}(1 - 2\exp(-t/\tau)).$$

Zur Charakterisierung des Spannungsverlaufes der Impulsvorderflanke wird die sog. Anstiegszeit  $t_r$  definiert. Bei  $t = t_r$  beträgt die Spannung am Kondensator 90% vom gesamten Spannungshub, der bei der hier betrachteten bipolaren

Rechteckspannung gleich  $2\hat{U}$  ist.

Bis zu welchem positiven bzw. negativen Spannungswert  $U_m$  der Kondensator innerhalb des Intervalles  $T/2$  überhaupt auf- bzw. entladen wird, ist vom Verhältnis  $T/\tau$  abhängig.

Für den stationären Betrieb ergibt sich für  $t = T/2$  der Wert für  $U_m$  aus der folgenden Beziehung:

$$\frac{U_m}{\hat{U}} = \frac{\exp(\frac{T}{2\tau}) - 1}{\exp(\frac{T}{2\tau}) + 1} = \tanh(\frac{T}{4\tau})$$

Für  $\tau > T$  wird der volle Wert  $U_m = \hat{U}$  nicht mehr erreicht und die Impulse am Ausgang sind stark verformt.

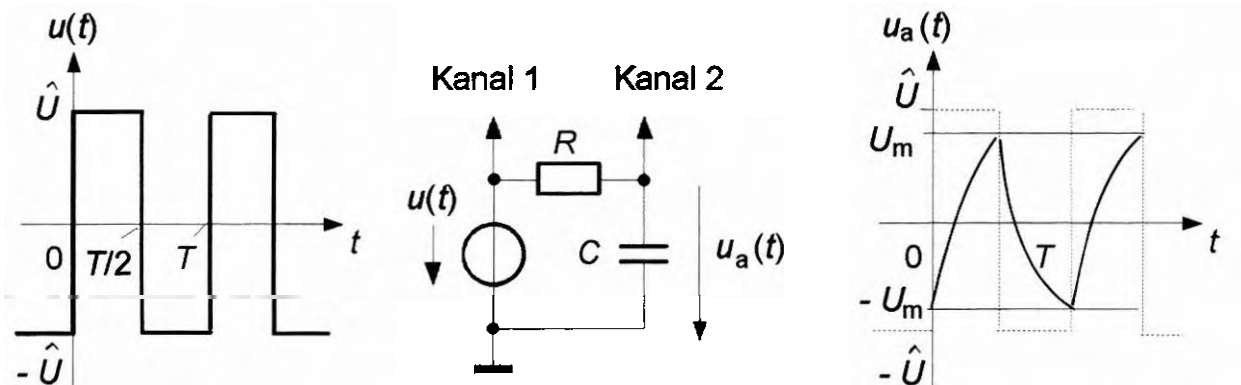
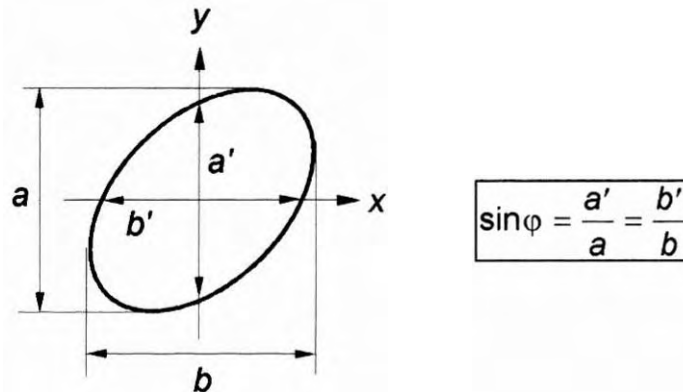


Bild 5

- 4.1. (VA) Berechnen Sie aus der Zeitfunktion  $u(t)$  allgemein und zahlenmäßig für  $R = 10 \text{ k}\Omega$  und  $C = 1,5 \text{ nF}$  die Anstiegszeit  $t_r$ , in der die Spannung  $u(t)$  von  $-\hat{U}$  auf 80 % des Endwertes  $\hat{U}$  angestiegen ist, das entspricht 90 % des Endwertes von  $2\hat{U}$ .
- 4.2. (VA) Berechnen Sie für  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1,5 \text{ nF}$  das Spannungsverhältnis  $U_m/\hat{U}$  in Abhängigkeit von der Impulsfolgefrequenz  $f = 1/T$  im Bereich  $0 \leq f \leq 100 \text{ kHz}$  und stellen Sie es grafisch dar (Frequenzmaßstab logarithmisch).
- 4.3. (VA) Berechnen Sie allgemein die Impulsfolgefrequenz  $f_{90} = 1/T_{90}$ , bei der die die Spannung  $U_m$  zur Zeit  $t = T/2$  gerade noch 90 % des vollen Wertes  $\hat{U}$  erreicht.  
Welche Frequenz  $f_{90}$  ergibt sich für  $R = 10 \text{ k}\Omega$  und  $C = 1,5 \text{ nF}$ ?
- 4.5. Bestimmen Sie mit dem Oszilloskop im Frequenzbereich um  $4 \text{ kHz}$  die Anstiegszeit  $t_r$ , vergleichen Sie das Meßergebnis mit dem berechneten Wert und erklären Sie auftretende Abweichungen.
- 4.6. Ermitteln Sie für  $100 \text{ Hz} \leq f \leq 100 \text{ kHz}$  die Spannung  $U_m$  mit dem Oszilloskop und tragen Sie die Spannungsverhältnisse  $U_m/\hat{U}$  in das Diagramm von 4.1. ein. Überprüfen Sie den in 4.3. berechneten Wert für  $f_{90}$  meßtechnisch. Benutzen Sie zur Bestimmung der  $U_m$ -Werte die Kalibrierung des Oszilloskopes oder tasten Sie den Spitzenwert der Ausgangsspannung  $U_m$  mit einer variablen Gleichspannung auf dem 2. Kanal ab. Diskutieren Sie auftretende Abweichungen zwischen den berechneten und den gemessenen Ergebnissen.

**Hinweis:** Im X-Y-Modus kann unabhängig von den Abbildungsmaßstäben der Betrag der Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen zwei Wechselspannungen  $u_1(t) = \hat{U}_1 \cos \omega t$  und  $u_2(t) = \hat{U}_2 \cos(\omega t + \varphi)$  auch aus der entstehenden Ellipse bestimmt werden.



### Anhang

Am Versuchsplatz stehen zur Verfügung:

- ◆ 1 Zweistrahloszilloskop HAMEG
- ◆ 1 Kombinationsgerät mit einem Funktionsgenerator, der Wechselspannungen "Sinus", "Dreieck", und "Rechteck"  $U \leq 10 \text{ V}$  Frequenz  $f = 2 \text{ Hz} \dots 200 \text{ kHz}$  erzeugt, und einem Gleichspannungsgenerator, der  $2 \times 15 \text{ V}$ , einstellbar liefert.
- ◆ 1 RC-Sinusgenerator GF 22,
- ◆ 2 Digitalmultimeter,
- ◆ 1 Luftspule  $L = 1 \text{ H}$ ,
- ◆ 1 Steckplatte mit Bauelementeträgern und Verbindungselemente.

# Praktikum Elektrotechnik 8

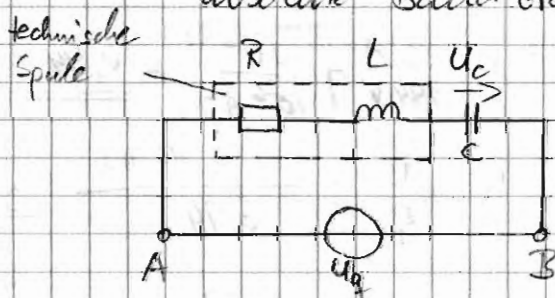
## PK Z - R, L, C bei

### Wechselstrom

#### Vorbereitungsaufgaben:

1.1. Berechnen Sie allgemein und zahlenmäßig für den im Bild angegebenen Reihenresonanzkreis aus einer technischen Spule ( $R, L$ ) und einem Kondensator ( $C$ )

- den komplexen Widerstand  $\underline{Z}_{AB}$  und den Scheinwiderstand  $Z_{AB}$
- den Phasenwinkel  $\varphi_Z$  des komplexen Widerstandes  $\underline{Z}_{AB}$
- die Resonanzfrequenz  $f_0$ , die Güte  $g$ , die relative Bandbreite  $b$  und die absolute Bandbreite  $B$



$$C = 1 \mu F$$

$$R = 144 \Omega$$

$$L = 1 H$$

$$u_g(t) = \hat{u}_g \cos \omega t$$



a) Complexer Widerstand

$$\underline{Z}_{AB} = R + j \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega C} \right) = 144 \frac{V}{A} + j \left( 2\pi \frac{V_s}{A} \cdot f - \frac{V}{2\pi \cdot 10^{-6} A \cdot s \cdot f} \right)$$

Scheinwiderstand

$$|\underline{Z}_{AB}| = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{\left( 144 \frac{V}{A} \right)^2 + \left( 2\pi \frac{V_s}{A} \cdot f - \frac{V}{2\pi \cdot 10^{-6} A \cdot s \cdot f} \right)^2}$$

$$\underline{Z}_{AB} = 144 \Omega \text{ für Resonanz}$$

b) Phasenwinkel

$$\cos \varphi_Z = \frac{R}{Z_{AB}}$$

$$\cos \varphi_Z = \frac{144 \Omega}{144 \Omega} = 1$$

$$\underline{\varphi_Z = 0^\circ}$$

c) Resonanzbedingung:  $X_L = X_C$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}} = 2\pi f_0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{10^{-6} s^2}} = 159,15 \text{ Hz}$$

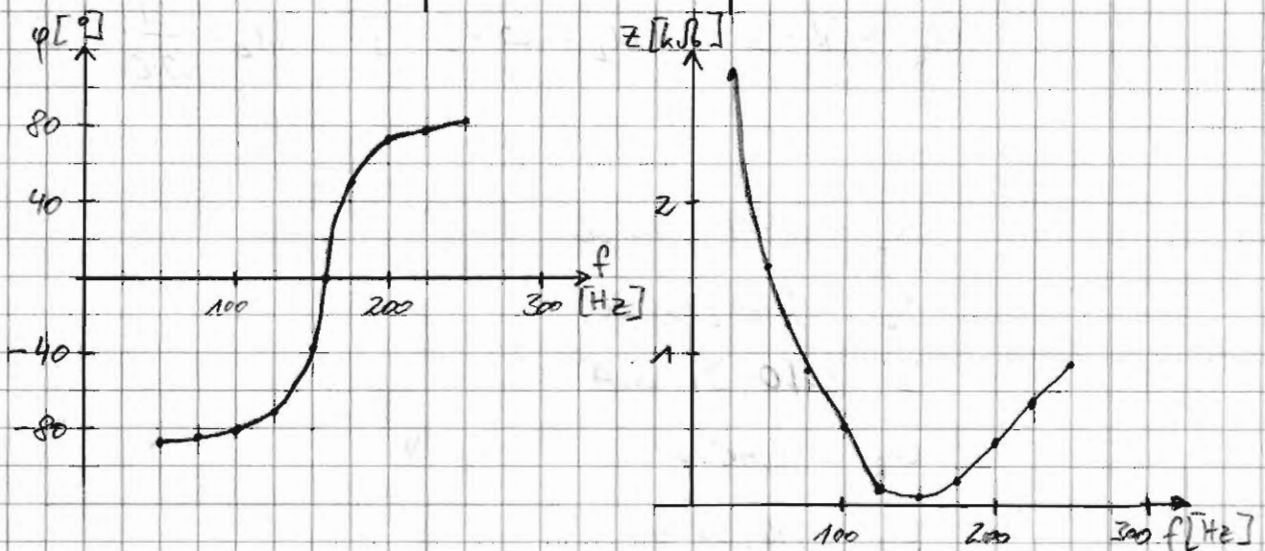
$$\underline{\text{Güte: } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{1 A}{144 V} \sqrt{\frac{1 V^2}{10^{-6} A^2}} = \underline{6,94}$$

$$\underline{\text{absolute Bandbreite } B = \frac{f_0}{Q}} = \frac{159,15 \text{ Hz}}{6,94} = \underline{22,93 \text{ Hz}}$$

$$\underline{\text{relative Bandbreite } b = \frac{B}{f_0}} = \frac{22,93 \text{ Hz}}{159,15 \text{ Hz}} = \underline{0,144 = 14,4\%}$$

1.2 Stellen Sie den Scheinwiderstand  $Z_{AB}$  und den Phasenwinkel in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 250 \text{ Hz}$  graphisch dar.

$f [\text{Hz}]$	$Z [\Omega]$	$\varphi [^\circ]$
50	2872,55	-87,13
75	1657,10	-85,01
100	973,94	-81,50
125	508,65	-73,55
150	186,52	-39,46
159,15	144,00	0
175	238,48	52,86
200	482,84	72,65
225	720,89	78,48
250	945,21	81,24



1.3 Zeichnen Sie maßstäblich das Zeigerbild des Stromes und aller Teilspannungen für

1.  $f = 100 \text{ Hz}$   $U_q = 10 \text{ V}$

2.  $f = f_0$   $U_q = 1 \text{ V}$

3.  $f = 250 \text{ Hz}$   $U_q = 10 \text{ V}$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \quad X_L = 2\pi f \cdot L$$

$$\bar{I} = \frac{U_q}{Z_{AB}} = \frac{U_q}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$U_R = R \cdot \bar{I} \quad U_L = \omega \cdot L \cdot \bar{I} \quad U_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \bar{I}$$

1.  $X_C = 1591,55 \Omega$

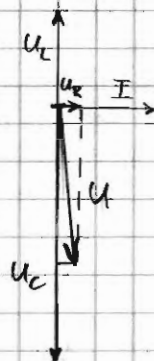
$X_L = 628,32 \Omega$

$\bar{I} = 10,27 \text{ mA}$

$U_R = 1,48 \text{ V}$

$U_C = 16,35 \text{ V}$

$U_L = 6,45 \text{ V}$



2.  $X_C = 1000 \Omega$

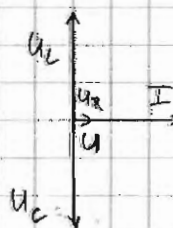
$X_L = 1000 \Omega$

$\bar{I} = 6,94 \text{ mA}$

$U_R = 1 \text{ V}$

$U_C = 6,94 \text{ V}$

$U_L = 6,94 \text{ V}$





3.  $X_C = 636,68 \Omega$

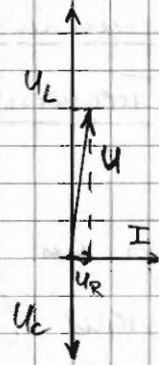
$X_L = 1570,80 \Omega$

$I = 10,58 \text{ mA}$

$U_R = 1,52 \text{ V}$

$U_C = 6,75 \text{ V}$

$U_L = 16,65 \text{ V}$



1.4. Berechnen Sie das Spannungsverhältnis  $U_C/U_R$  in Abh. v. d.  $f$  und stellen Sie es für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 250 \text{ Hz}$  graphisch dar.  $R = 144 \Omega$

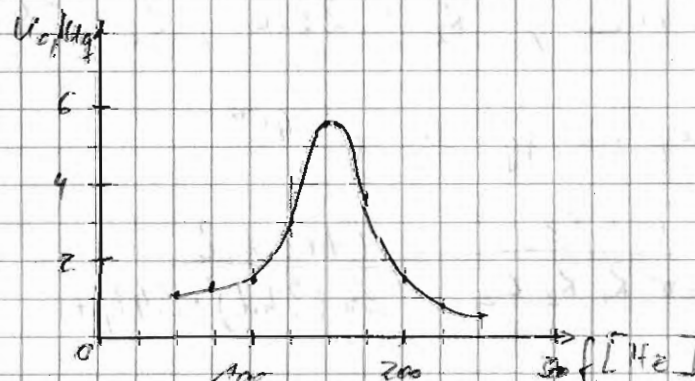
$C = 10^{-6} \text{ F}$

$L = 1 \text{ H}$

$$\frac{U_C}{U_R} = \frac{\frac{1}{\omega \cdot C}}{Z_{AB}}$$

$$\frac{U_C}{U_R} = \frac{V}{2\pi f \cdot 10^{-6} \text{ As}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(144 \frac{\text{V}}{\text{A}}\right)^2 + \left(\frac{2\pi f \frac{\text{V}}{\text{S}}}{\text{A}} - \frac{V}{2\pi f \cdot 10^{-6} \text{ As}}\right)^2}}$$

$f [\text{Hz}]$	50	75	100	125	150	175	200	225	250
$U_C/U_R$	1,11	1,28	1,63	2,5	5,69	3,81	1,65	0,98	0,67



## 2. R-C Spannungsteiler, Bedingung für Frequenzunabhängigkeit

- 2.1. Best. Sie für den im Bild 3 dargestellten R-C Spannungsteiler ( $C_1 = 0$ ) das komplexe Spannungsverhältnis  $\underline{U}_2 / \underline{U}_q$ .  
Ermitteln Sie allg. und zahlenmäßig den Betrag  $U_2 / U_q$ , den zugehörigen Phasenwinkel  $\varphi$  für  $50 \text{ Hz} \leq f \leq 4 \text{ kHz}$  und die Grenzfrequenz  $f_g$ .  
Stellen Sie beide Fktn. in Abh. v.  $f$  in Halblogarithm. Maßstab graphisch dar.  
( $f$ -Maßst. log.;  $U_2 / U_q, \varphi$  linear)

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_q} = \frac{Z_2}{R_1 + Z_2}$$

$$Z_2 = \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2 - j(R_2^2 \omega C)}{1 + R_2^2 \omega^2 C^2}$$

$$\frac{U_2}{U_q} = \frac{1}{(R_1^2 \cdot R_2^2 \omega^2 C^2 + (R_1^2 + R_2^2)^2)^{1/2}} \cdot \sqrt{((R_1 + R_2) \cdot R_2)^2 + (R_1 \cdot R_2^2 \omega C)^2}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega ; R_2 = 2 \text{ k}\Omega ; C_2 = 0,47 \mu\text{F}$$

- Grenzfrequenz  $f_g$  bei  $\varphi = 45^\circ$

$$f_g = \frac{R_1 + R_2}{2\pi R_1 \cdot R_2 \cdot C_2} = \frac{(1+2) \text{ k}\Omega}{2\pi (2 \text{ k}\Omega)^2 \cdot 0,47 \mu\text{F}} = 507,94 \text{ Hz}$$

2.2. Zu dem Widerstand  $R_1$  werde ein Kondensator mit  $C_1 > 0$  parallelgeschaltet.

Betr. Sie d. komplexe Spannungsverhältnis  $U_2/U_q$  eruent und weisen Sie nach, daß dieses unter der Bedingung  $C_1 R_1 = C_2 R_2$  rein reell und damit frequenzunabh. wird.

→ Nenner ist bereits rein reell → um  $U_2/U_q$  rein reell zu machen, muß auch der Zähler rein reell werden →  $C_1 R_1 = C_2 R_2$

Beimpl. Spannungsverhältnis:

$$\frac{U_2}{U_q} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 = \frac{R_1 \cdot X_{C1}}{R_1 + X_{C1}} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{R_1 - j R_1^2 \omega C_1}{1 + R_1^2 \omega^2 C_1^2}$$

$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot X_{C2}}{R_2 + X_{C2}} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2 - j R_2^2 \omega C_2}{1 + R_2^2 \omega^2 C_2^2}$$

$$C_1 = \frac{R_2}{R_1} C_2$$

$$\frac{U_2}{U_q} = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_2 + R_1^2 R_2^2 \omega^2 C_2^2 + R_2^3 \omega^2 C_2^2)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 C_2^2 (R_1 R_2 + R_2^2)^2}$$



### 3. Unbekannter Zweipol, Ersatzschaltungen, Wechselstromleistungen

- 3.1. An einem unbekannten Zweipol, der mit der Wechselspannung  $u(t) = U \cos \omega t$  betrieben wird, werden die Spannung  $U$ , der Strom  $I$  und der Phasenwinkel  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  gemessen.

Berechnen Sie allgemein die am Zweipol aufzunehmende Wirk-, Blind- u. Scheinleistungen.

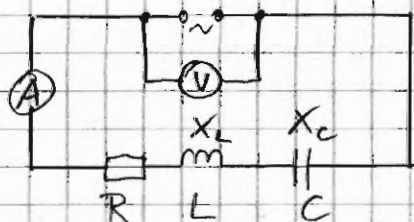
Wie lassen sich aus den Meßwerten bzw. den Leistungen die Bauelemente einer einfachen Parallel- o. Reihenersatzschaltung d. Zweipols berechnen?

Scheinleistung:  $S = U \cdot I$

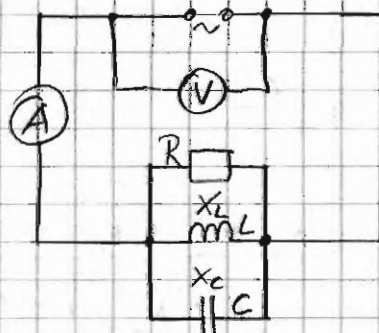
Wirkleistung:  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

Blindleistung:  $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$

Reihenschaltung



Parallelschaltung



Wirkwiderstand:  $R = \frac{U}{I} \cos \varphi$        $R = \frac{U}{I \cos \varphi}$

Blindwiderst.:  $X = \frac{U}{I} \sin \varphi$        $X = \frac{U}{I \sin \varphi}$

Aufgabe 1.5)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
f [Hz]	50	75	100	125	150	175	200	225	250	280		
U <sub>c</sub> /U <sub>q</sub>	1,04	1,12	1,15	2,14	3,54	2,8	1,54	0,98	0,66	3,72		
I [mA]	1,7	2,9	4,9	8,5	17	15,1	9,7	7	5,2	18,5		
U <sub>q</sub> [V]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		
U <sub>c</sub> [V]	5,2	6	7,5	10,7	17,7	14,0	7,7	4,9	3,3	18,6		
φ [°]	-89,13	-85,01	-81,5	-73,5	-39,46	52,86	72,65	78,5	81,2	-5,92		
Z [kΩ]	2,873	1,657	0,974	0,509	0,186	0,145	0,238	0,483	0,721	0,945		

Aufgabe 2.3)

→ Grenzfrequenz:  $\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{X} = \frac{1}{RC}$  ;  $\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

f [Hz]	100	200	300	400	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
U <sub>q</sub> [V]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
U <sub>2</sub> [V]	3	2,9	2,6	2,4	2,1	1,3	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,35
φ [°]					20,7	25,4		27,0				44,4
U <sub>2</sub> /U <sub>q</sub>	0,6	0,58	0,52	0,48	0,42	0,26	0,18	0,14	0,12	0,1	0,08	0,07

Aufgabe 3.3)

3.4)  $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ;  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ ;  $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$

					S (VA)	P (W)	Q (var)					
f [Hz]	50	75	100		f (50Hz)	0,299	201,99	185,96				
U [V]	4,65	4,69	4,8		f (75Hz)	0,203	144,75	144,76				
I [mA]	60	43,2	33		f (100Hz)	0,160	69,57	143,91				
φ [°]	41,8	45,6	64,2									

Aufgabe 4.5)

f [Hz]	100	1000	10000	100000					
U <sub>m</sub> [V]									
U [V]									
U <sub>m</sub> /U									

Aufg. 2.4.

f [Hz]	20	200	2000	20000
U <sub>2</sub> [V]	3,3	3,31	3,32	1,33
U <sub>q</sub> [V]	5	5	5	2
U <sub>2</sub> /U <sub>q</sub>	0,66	0,662	0,624	0,665
φ	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0

$C = \frac{Q}{U}$   $C_1 = C_2 \frac{R_2}{R_1}$



$$1.51 \quad Z = R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 144 \Omega + i \left( \omega \cdot 1H - \frac{1}{\omega \cdot 1\mu F} \right)$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega_1 = 314,16 \text{ Hz}$$

$$Z_1 = 144 \Omega - i 2868,93 \Omega$$

$$\omega_2 = 471,24 \text{ Hz}$$

$$Z_2 = 144 \Omega - i 1650,82 \Omega$$

$$\omega_3 = 628,32 \text{ Hz}$$

$$Z_3 = 144 \Omega - i 963,22 \Omega$$

$$\omega_4 = 785,39 \text{ Hz}$$

$$Z_4 = 144 \Omega - i 487,86 \Omega$$

$$\omega_5 = 942,48 \text{ Hz}$$

$$Z_5 = 144 \Omega - i 118,55 \Omega$$

$$\omega_6 = 992,74 \text{ Hz}$$

$$Z_6 = 144 \Omega - i 14,918 \Omega$$

$$\omega_7 = 1099,56 \text{ Hz}$$

$$Z_7 = 144 \Omega + i 190,11 \Omega$$

$$\omega_8 = 1256,64 \text{ Hz}$$

$$Z_8 = 144 \Omega + i 460,87 \Omega$$

$$\omega_9 = 1413,72 \text{ Hz}$$

$$Z_9 = 144 \Omega + i 706,37 \Omega$$

$$\omega_{10} = 1570,8 \text{ Hz}$$

$$Z_{10} = 144 \Omega + i 934,18 \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$Z_1 = 2,873 \text{ } \Omega$$

$$Z_2 = 1,657 \text{ } \Omega$$

$$Z_3 = 0,974 \text{ } \Omega$$

$$Z_4 = 0,509 \text{ } \Omega$$

$$Z_5 = 0,186 \text{ } \Omega$$

$$Z_6 = 0,145 \text{ } \Omega$$

$$Z_7 = 0,483 \text{ } \Omega$$

$$Z_8 = \downarrow 0,238 \text{ } \Omega \quad \uparrow$$

$$Z_9 = 0,721$$

$$Z_{10} = 0,945 \text{ } \Omega$$

$$\varphi = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}$$

$$\varphi_1 = -87,13^\circ$$

$$\varphi_2 = -85,01^\circ$$

$$\varphi_3 = +81,5^\circ$$

$$\varphi_4 = -73,56^\circ$$

$$\varphi_5 = -39,46$$

$$\varphi_6 = -5,92^\circ$$

$$\varphi_7 = 52,86^\circ$$

$$\varphi_8 = 72,65^\circ$$

$$\varphi_9 = 78,5^\circ$$

$$\varphi_{10} = 81,24^\circ$$

### Aufgabe 2.3)

Grenzfrequenz

$$\omega_a = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{X} = \frac{1}{R_C}$$

$$\frac{U_a}{U_c}(\omega_a) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

### Aufgabe 2.4)

$$C_1 = C_2 \frac{R_2}{R_1}$$

$$C_1 = 0,47 \mu F \cdot \frac{220}{120}$$

$$\underline{\underline{C_1 = 0,94 \mu F}}$$

Scheinwiderstand  $Z^2 = R^2 + X^2 = \frac{U^2}{I^2} \quad \left( \frac{1}{Z} \right)^2 = \left( \frac{1}{R} \right)^2 + \left( \frac{1}{X} \right)^2$

$$X_L = \omega \cdot L (\varphi > 0) \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} (\varphi < 0) \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C}$$

wenn  $\varphi = 0$ , dann keine Kapazität / Induktivität  
 $\rightarrow$  beide heben sich auf

3.2. Berechnen Sie allgemein das Blindmoment, das zum Zweipol parallelgeschaltet ist, damit die Blindleistung Null wird.

Blindleistung:  $Q = U \cdot I \sin \varphi = \frac{U^2}{X}$

$$X = \frac{U}{I \sin \varphi}$$

Fallunterscheidung:

1. Fall

$$X > 0: X = \omega \cdot L$$

$$L = \frac{X}{\omega} = \frac{U}{\omega I \sin \varphi}$$

2. Fall

$$X < 0: X = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I \sin \varphi}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{|I \cdot \sin \varphi|}{\omega U}$$



#### 4. Impulsverformung an einem RC-Tiefpaß

- 4.1. Ber. Sie aus der Zeitfkt.  $u_a(t)$  allgemein und zeilenunfähig für  $R = 10k\Omega$  und  $C = 1,5nF$  die Anstiegszeit  $t_r$ , in der die Spannung  $u_a(t)$  von  $-\hat{U}$  auf 80% des Endwertes  $\hat{U}$  angestiegen ist, das entspricht 90% d. Spannungswertes  $2\hat{U}$

$$\tau = R \cdot C = 10 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 1,5 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V} = 15 \cdot 10^{-6} s = 15 \mu s$$

$$U_m = -\hat{U} + 0,9 \cdot 2\hat{U} = (1,8 - 1) \hat{U} = 0,8 \hat{U}$$

$$0,8 \hat{U} = \hat{U} (1 - 2e^{-\frac{t_r}{\tau}})$$

$$t_r = \tau \ln 10 = 34,5 \mu s$$

- 4.2 Berechnen Sie für  $R = 10k\Omega$ ,  $C = 1,5nF$  das Spannungsverhältnis  $U_m/\hat{U}$  in Abh. v. d. Impulsfolgefrequenz  $f = 1/T$  im Bereich  $0 \leq f \leq 100kHz$  und stellen sie es graphisch dar (Frequenzmaßstab logarithmisch)

$f [kHz]$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$U_m/\hat{U}$	1	0,93	0,68	0,50	0,39	0,32	0,27	0,23	0,21	0,18	0,165

- 4.3. Berechnen Sie allgemein die Impulsfolgefrequenz  $f_{90} = 1/T_{90}$  bei der Spannung  $U_m$  zur Zeit  $t = T/2$  gerade noch 90% des vollen Wertes  $\hat{U}$  erreicht. Welche  $f_{90}$  ergibt sich für  $R = 10k\Omega$  und  $C = 1,5nF$ ?

$$\tau = 15 \mu s; \quad t = \frac{1}{2f_{90}}; \quad \frac{0,9 \hat{U}}{\hat{U}} = \tanh\left(\frac{T_{90}}{4\tau}\right); \quad 4\tau \operatorname{arctanh} 0,9 = T_{90} = 88,3 \mu s$$

$$\rightarrow f_{90} = 11,36 kHz$$

### Aufgabe 3.41

$$Z = R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega_1 = 314,16 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 377 \text{ Hz}$$

$$\omega_3 = 439,82 \text{ Hz}$$

$$\omega_4 = 502,65 \text{ Hz}$$

$$\omega_5 = 565,49 \text{ Hz}$$

$$\omega_6 = 628,31 \text{ Hz}$$

Scheinleistung  $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Wirkleistung  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

Blindleistung  $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$

$$U_R = I \cdot R$$

$$U_L = I (i \omega L)$$

$$U_C = I \left( \frac{1}{i \omega C} \right)$$

$$\varphi > 0 \rightarrow \text{Spule}$$

### Aufgabe 3.5]

Reihenschaltung:  $R = \frac{P}{I^2} = 155 \Omega = \text{const.}$   $R = 96,1 \Omega$

$$\omega L = Q / L^2 \quad L = Q / (2\pi f \cdot I^2) = \underline{\underline{0,165 H}}$$

Parallelschaltung:  $R = \frac{U^2}{P} = 155 \Omega$   $U = \text{const.}$

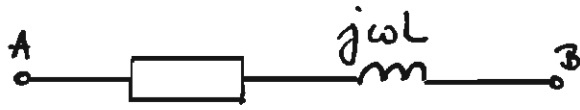
$$\omega L = \frac{U^2}{Q}$$

$$L = \frac{U^2}{2\pi f \cdot Q} = \underline{\underline{0,322 H}}$$

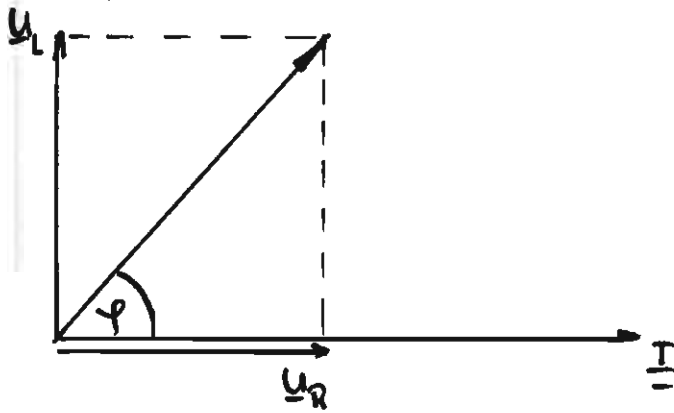
### Aufgabe 3.6.]

Aufg. 3.4.

$\varphi > 0 \rightarrow$  Spule



Zeigerbild für 75 Hz:





Aufgabe 4.4]

$$\frac{U_m}{U} = 0.9 = \tanh\left(\frac{f_{90}}{4\tau}\right)$$
$$= \tanh\left(\frac{1}{4f_{90}\tau}\right)$$

$$\underline{f_{90} = (4\tau \operatorname{arctanh} 0.9)^{-1}}$$

$$R = 10 \, \Omega$$

$$C = 1.5 \, \text{nF}$$

$$\underline{f_{90} = 11321 \, \text{Hz}}$$

Aufgabe 4.4]

Ablesezeit  $t_R$  am Oszilloskop

$$t_R = 0.04 \, \text{ms}$$

$$t_{\text{rech}} = 0.035 \, \text{ms}$$

Hilfskurve 1.5

15. IV. 1949

