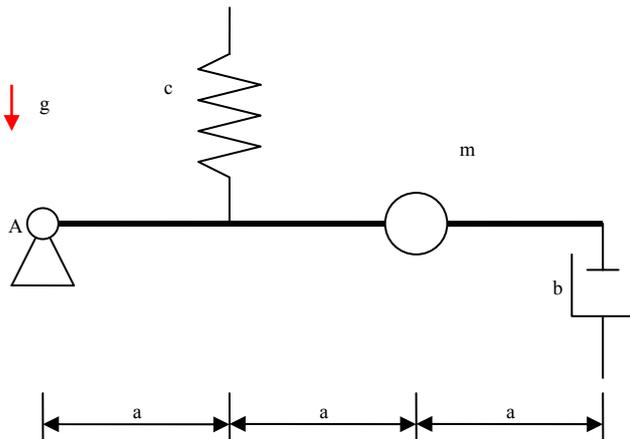


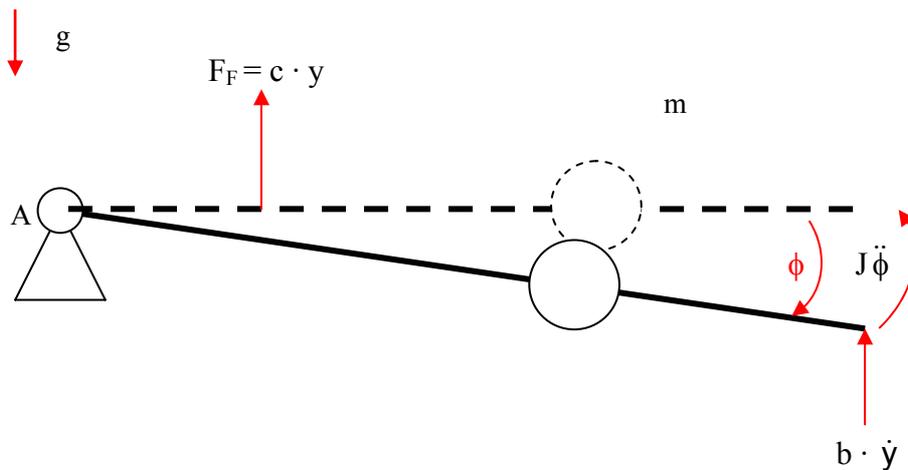
Klausur 09.08.02 Aufgabe 3



Ein **masseloser**, starrer **Stab** mit Feder c und Dämpfung b trägt eine Masse m und führt um A **Schwingungen kleiner Amplitude** aus. Geschwindigkeitsproportionale Dämpfung liegt vor.

a) **ges: Schwingungsdifferentialgleichung**

1. **Skizze des ausgelenkten Systems und Kräfte eintragen**



2. **Aufstellen Momentenbilanz**

$$\overset{A}{\curvearrowright} 0 = J\ddot{\phi} + b\dot{y} * x_1 + cy * x_2$$

3. **Auflösen der Auslenkungen**

$$\dot{y} \Rightarrow \sin\phi = \frac{y}{3a} \Rightarrow \sin\phi * 3a = y \quad \text{für kleine Winkel} \quad y = \phi * 3a \Rightarrow \dot{y} = \dot{\phi} * 3a$$

$$y \Rightarrow \sin \phi = \frac{y}{a} \Rightarrow \sin \phi * a = y \quad \text{für kleine Winkel} \quad y = \phi * a \Rightarrow y = \phi * a$$

4. Auflösen der Abstände zur Drehachse

$$x_1 \Rightarrow \cos \phi = \frac{x_1}{3a} \quad \text{für kleine Winkel} \quad x_1 = 3a$$

$$x_2 \Rightarrow \cos \phi = \frac{x_2}{a} \quad \text{für kleine Winkel} \quad x_2 = a$$

5. Einsetzen in Momentenbilanz

$$0 = J\ddot{\phi} + b(3a * \dot{\phi})(3a) + c(a * \phi) * a$$

$$0 = J\ddot{\phi} + b\dot{\phi} * 9a^2 + c\phi * a^2$$

6. Massenträgheitsmoment berechnen

! nur der Massenpunkt zu beachten > nur Steineranteil geht ein !

$$J = 4a^2 * m$$

7. Momentenbilanz umstellen zur Schwingungs-DGL.

$$0 = \ddot{\phi} + \frac{b}{J} \dot{\phi} * 9a^2 + \frac{c}{J} \phi * a^2$$

$$0 = \ddot{\phi} + \frac{b}{4a^2m} \dot{\phi} * 9a^2 + \frac{c}{4a^2m} \phi * a^2$$

$$0 = \ddot{\phi} + \frac{9b}{4m} \dot{\phi} + \frac{c}{4m} \phi$$

b) ges: Eigenkreisfrequenz des Ungedämpften und gedämpften Systems, Abklingkonstante

$$\underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{4m}}}} \quad ; \quad \underline{\underline{\delta = \frac{9b}{8m}}}$$

$$\omega_D = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\underline{\underline{\omega_D = \sqrt{\frac{c}{4m} - \frac{81b^2}{64m^2}}}}$$

c) welche Bedingung muss die Dämpfungskonstante erfüllen, damit schwache Dämpfung vorliegt?