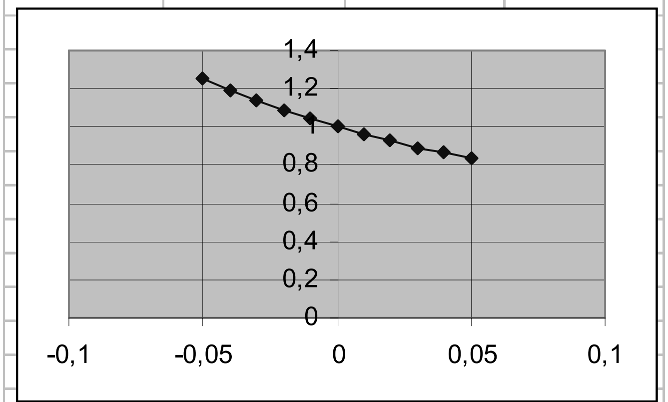
Aufgabe 6)

a)

$$\frac{\Delta L}{L_0} := \frac{1}{1 + c \cdot x} \qquad c := 4\text{mm}^{-1} \qquad x := -50\mu\text{m} .. 50\mu\text{m}$$

-0,05	1,25E+00		
-0,04	1,19E+00		
-0,03	1,14E+00		
-0,02	1,09E+00		
-0,01	1,04E+00		
0	1,00E+00		
0,01	9,62E-01		
0,02	9,26E-01		
0,03	8,93E-01		
0,04	8,62E-01		
0,05	8,33E-01		



b) Linearisierung

$$\frac{\Delta L}{L_0} := \frac{1}{1 + c \cdot x}$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} := f(x)$$

$$\frac{d}{dx} f(x) := \frac{[[0 \cdot (1 + cx)] - (1 \cdot c)]}{(1 + cx)^2}$$

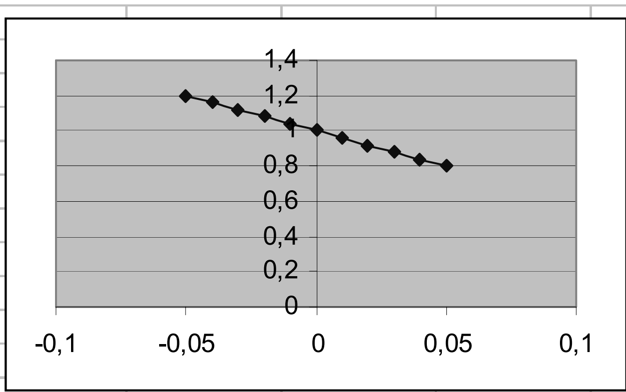
$$\frac{d}{dx} f(x) := \frac{-c}{(1 + cx)^2}$$

Taylorentwicklung

$$T_2(x) := f(a) + \left(\frac{f'(a)}{1!}\right)(x - a) \qquad a := 0$$ Entwicklungsstelle auf x-Achse

$$T_2(x) := 1 + \left[\frac{-c}{(1)^2}\right]x \qquad T_2(x) := 1 - cx$$

-0,05	1,2
-0,04	1,16
-0,03	1,12
-0,02	1,08
-0,01	1,04
0	1
0,01	0,96
0,02	0,92
0,03	0,88
0,04	0,84
0,05	0,8



c) Meßbereichsfehler durch Linearisierung an Grenzen

$$\Delta y := y - y_{Schlange} \qquad y_{Schlange} := T_2(x) \qquad y := \frac{1}{1 + cx}$$

x	T2	y	Δy	
-0,05	1,2	1,250	0,050	
-0,04	1,16	1,190		
-0,03	1,12	1,136		
-0,02	1,08	1,087		
-0,01	1,04	1,042		
0	1	1,000		
0,01	0,96	0,962		
0,02	0,92	0,926		
0,03	0,88	0,893		
0,04	0,84	0,862		
0,05	0,8	0,833	0,033	

Ausgerechnet ist Δy, gebraucht wird Δx

einfachste Überführung ist das benutzen des linearen Teiles sprich T2

$$y := c \cdot x \qquad x := \frac{y}{c}$$

$x_1 := \frac{0.05}{c}$ $\qquad x_1 = 12.5\,\mu m$

$x_2 := \frac{0.033}{c}$ $\qquad x_2 = 8.25\,\mu m$

d) quadratische Näherung

Lineare Form nehmen und Quadratglied anhängen

$$\frac{\Delta L}{L_0} := 1 - cx$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} := 1 - cx + (cx)^2$$

x	T2	y	y2	Δy
-0,05	1,2	1,250	1,240	0,010
-0,04	1,16	1,190	1,186	
-0,03	1,12	1,136	1,134	
-0,02	1,08	1,087	1,086	
-0,01	1,04	1,042	1,042	
0	1	1,000	1,000	
0,01	0,96	0,962	0,962	
0,02	0,92	0,926	0,926	
0,03	0,88	0,893	0,894	
0,04	0,84	0,862	0,866	
0,05	0,8	0,833	0,840	-0,007

$\Delta x_1 := \frac{0.01}{c}$ $\qquad \Delta x_1 = 2.5\,\mu m$

$\Delta x_2 := \frac{-0.007}{c}$ $\qquad \Delta x_2 = -1.75\,\mu m$