Aufgabe 1 :

- Frequenzgang siehe Diagramm 1
- Es handelt sich um einen Tiefpaß 1. Ordnung.

Komlexer Übertragungsfaktor G(jω)

$$G(j\omega) := \frac{x_a}{x_e} \quad \text{mit} \quad x_a := \left(\frac{1}{j\omega C}\right)\cdot I \quad \text{und} \quad x_e := I\cdot\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

I die Stromstärke ist bei Reihenschaltungen gleich, kürzt sich also beim Einsetzen.
Somit kann für G(jω) geschrieben werden:

$$G(j\omega) := \frac{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)} \quad G(j\omega) := \frac{1}{jwC\cdot\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)} \quad G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

$$G(j\omega) := \left(\frac{1}{1 + j\omega CR}\right)\cdot(1 - j\omega CR)$$

$$G(j\omega) := \frac{(1 - j\omega CR)}{1 - j^2\omega^2C^2R^2}$$

$$Re(G(j\omega)) := \frac{1}{1 + w^2C^2R^2} \quad Im(G(j\omega)) := -j\cdot\frac{\omega CR}{1 + \omega^2C^2R^2}$$

- Abgelesene Grenzfrequenz aus Diagramm 1

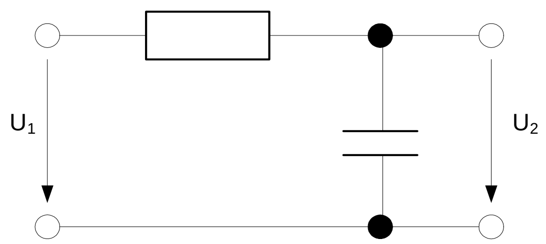
  $\omega_g := 340\text{Hz}$

- Ermittlung der Zeitkonstanten

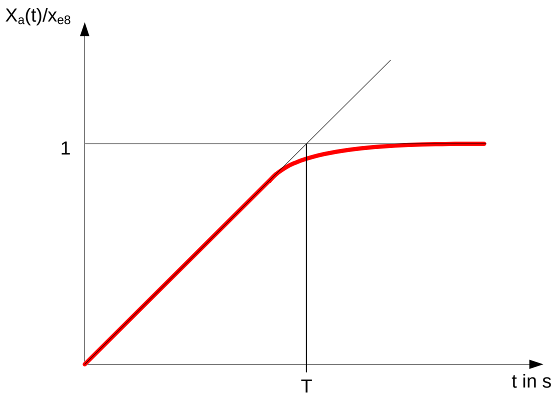
  $$T := \frac{1}{\omega_g}$$

  $$T = 2.941 \times 10^{-3}\,s$$

- Mögliches Schaltungsbild



- Skizze Sprungantwort bei f = 100 Hz (Rechteckspannung)



Aufgabe 3 :

- Mit dem gewählten Vierpol wurde ein Tiefpaß 2. Ordnung gemessen.

$$G(j\omega) := \frac{x_a}{x_e} \qquad x_a := I\cdot\left(\frac{1}{j\omega C}\right) \qquad x_e := I\cdot\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$G(j\omega) := \frac{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \qquad G(j\omega) := \frac{1}{j\omega C\cdot\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)}$$

$$G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\omega C(R + j\omega L)}$$

$$G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\omega CR + j^2\omega^2 CL} \qquad G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\omega CR - \omega^2 CL}$$

$$G(j\omega) := \left(\frac{1}{1 + j\omega CR - \omega^2 CL}\right)\cdot(1 - j\omega CR - \omega^2 CL)$$

$$G(j\omega) := \frac{(1 - j\omega CR - \omega^2 CL)}{(1 + j\omega CR - \omega^2 CL)\cdot(1 - j\omega CR - \omega^2 CL)}$$

$$G(j\omega) := \frac{(1 - \omega^2 CL - j\omega CR)}{1 - 2\omega^2 CL + \omega^2 C^2 R^2 + \omega^4 C^2 L^2}$$

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) := \frac{(1 - \omega^2 CL)}{\left(1 - 2\omega^2 CL + \omega^2 C^2 R^2 + \omega^4 C^2 L^2\right)}$$

$$\mathrm{Im}(G(j\omega)) := -j\cdot\frac{\omega CR}{\left(1 - 2\omega^2 CL + \omega^2 C^2 R^2 + \omega^4 C^2 L^2\right)}$$

- Berechnung Resonanzfreuquenz

Bedingung Re(G(jω)):=0

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) := 1 - \omega^2 LC$$

$$\omega_{res} := \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} \qquad L_3 := 0.032\,\mathrm{H} \qquad C_3 := 1.1\cdot 10^{-7}\,\mathrm{F}$$

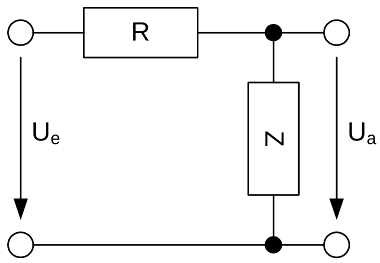
$$f_{res} := \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L_3\cdot C_3}}$$

$f_{res} = 2.683\times 10^{3}$ Hz   aus Diagramm abgelesen fres = 2.5 kHz

Aufgabe 4 :

$$G(j\omega) := \frac{x_a}{x_e}$$

- Anwendung Spannungsteiler



$$\frac{x_a}{x_e} := \frac{Z}{Z + R}$$

$$\frac{1}{Z} := \left(\frac{1}{j\omega L}\right) + j\omega C$$

$$Z := \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}$$

$$G(j\omega) := \frac{\left(\frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}\right)}{R + \left(\frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}\right)} \qquad \text{Erweitern mit} \qquad \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}$$

$$G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\omega CR + \frac{R}{j\omega L}} \qquad G(j\omega) := \frac{1}{1 + j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)}$$

- Trennung in Real und Imaginärteil

$$G(j\omega) := 1 \cdot \frac{\left(1 - j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)\right)}{\left(1 + j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)\right) \cdot \left(1 - j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)\right)}$$

$$G(j\omega) := \frac{\left(1 - j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)\right)}{1 + \omega^2 R^2 C^2 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}}$$

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) := \frac{1}{\left(1 + \omega^2 R^2 C^2 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}\right)} \qquad \mathrm{Im}(G(j\omega)) := -j \cdot \left(\frac{\omega RC - \frac{R}{\omega L}}{1 + \omega^2 R^2 C^2 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}}\right)$$

- Bestimmung der Resonanzfrequenz über Grenzfrequenz

Keine Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgang findet statt, wenn $G(j\omega)$ reell ist.

d.h. $\mathrm{Im}(G(j\omega)) = 0$ $\quad \omega RC := \frac{R}{\omega L}$ $\quad \omega_0 := \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$L_4 := 35\cdot 10^{-3}$ H $\quad C_4 := 63\cdot 10^{-8}$ F

$$\omega_{04} := \frac{1}{\sqrt{L_4\cdot C_4}}$$

$\omega_{04} = 6.734 \times 10^{3}$ s^{-1}

$$f_{04} := \frac{\omega_{04}}{2\cdot\pi}$$

$f_{04} = 1.072 \times 10^{3}$ Hz

$$f_{res4} := \frac{f_{04}}{0.7}$$

$f_{res4} = 1.531 \times 10^{3}$ Hz

- Das Verhalten dieses Filters weißt die Charakterisik eines PID Reglers 2. Ordnung auf => Bandpass

Aufgabe 5:

$$G(j\omega) := \frac{1}{3 + j\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)}$$

$$G(j\omega) := \left(\frac{1}{3 + j\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)}\right) \quad | * 3 - j\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)$$

$$G(j\omega) := \frac{\left(3 - j\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)\right)}{7 + \omega^2\tau^2 + \frac{1}{\omega^2\tau^2}}$$

- Trennung in Real- und Imaginärteil

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) := \frac{3}{7 + \omega^2\tau^2 + \frac{1}{\omega^2\tau^2}} \qquad \mathrm{Im}(G(j\omega)) := \frac{-j\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)}{7 + \omega^2\tau^2 + \frac{1}{\omega^2\tau^2}}$$

- Bestimmung Frequenzgang

$$A(\omega) := |G(j\omega)| \quad = \quad \sqrt{\mathrm{Re}(G(j\omega))^2 + \mathrm{Im}(G(j\omega))^2}$$

$$A(\omega) := \sqrt{\left(\frac{3}{7 + \omega^2\tau^2 + \frac{1}{\omega^2\tau^2}}\right)^2 + \left[\frac{-\left(\omega\tau - \frac{1}{\omega\tau}\right)}{7 + \omega^2\tau^2 + \frac{1}{\omega^2\tau^2}}\right]^2}$$

$$A(\omega) := \sqrt{\frac{\left[9 + \left(\frac{1}{\omega^2\tau^2}\right) - \omega^2\tau^2\right]}{\left[49 + \omega^4\cdot\tau^4 + \left(\frac{1}{\omega^4\cdot\tau^4}\right)\right]}}$$

- Bestimmung Phasengang

$$\phi(\omega) := \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right)$$

$$\phi(\omega) := \arctan\left[\frac{-\left[\omega\tau - \left(\frac{1}{\omega\tau}\right)\right]}{3}\right]$$

- Warum ist die Frequenz die Resonanzfreqeunz?
  Resonanz bedeutet Erreger- und Eigenfrequenz stimmen überein.
  D.h. die Phasenverschiebung ist "0". Dies tritt ein, wenn der Imaginärteil Null ist.

$\omega\tau := \frac{1}{\omega\tau}$ => $\omega_0 := \frac{1}{\tau}$ mit $\tau := R \cdot C$ (aus Aufgabenstellung)

$R := 10000\ \Omega$ $C := 60 \cdot 10^{-9}$ F

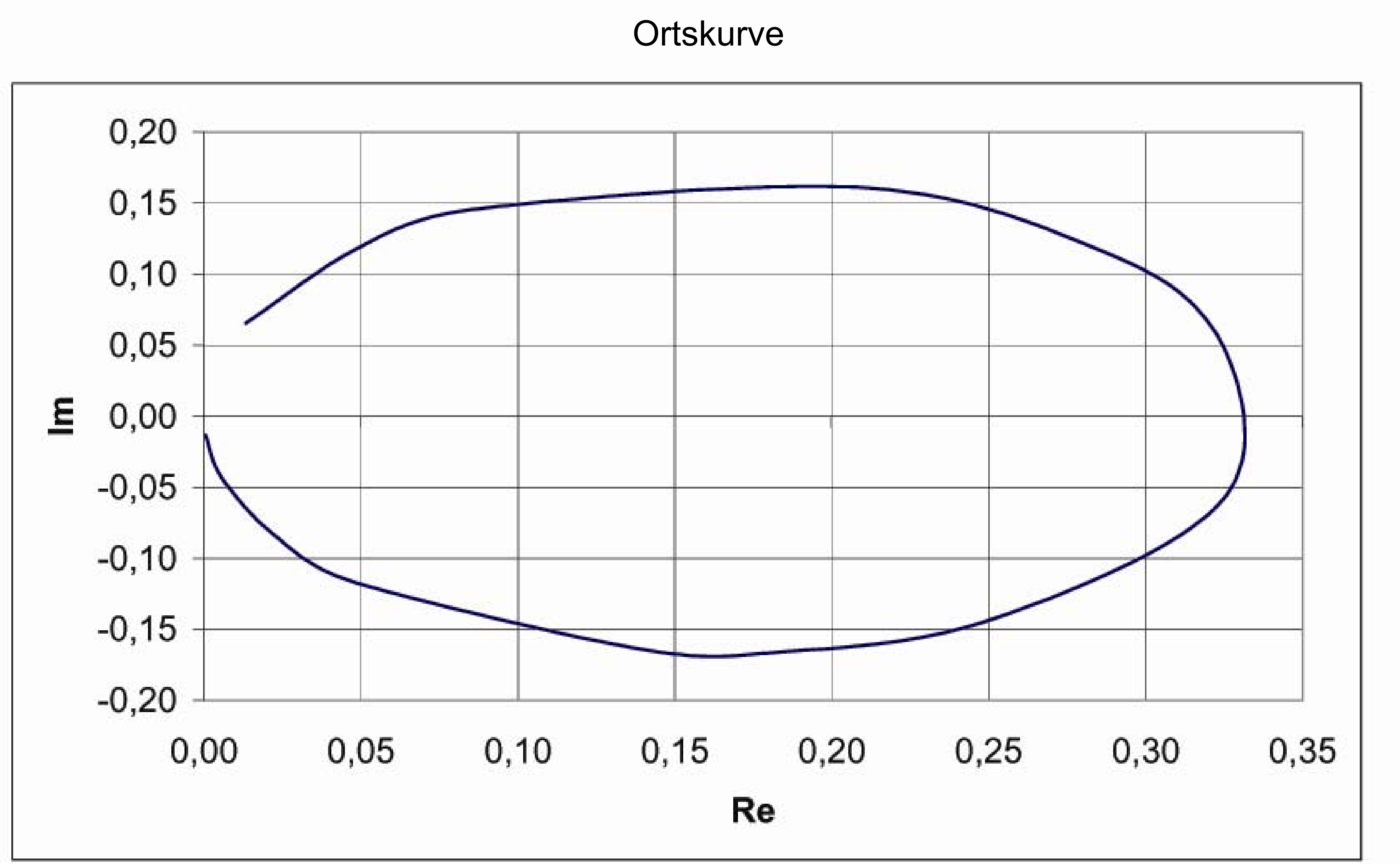
$$\omega_{05} := \frac{1}{R \cdot C}$$

$$\omega_{05} = 1.667 \times 10^{3}\ s^{-1}$$

$$f_{05} := \frac{\omega_{05}}{2 \cdot \pi}$$

$$f_{05} = 265.258\ \text{Hz}$$

Der errechnete Wert stimmt mit dem gemessenen Wert siehe Diagramm Aufgabe 5 Frequenzgang über ein.



ω → ∞; nähert sich die Kurve Null, aus dem 4. Quadranten.

ω → 0; nähert sich die Kurve Null, aus dem 1. Quadranten.

ω = τ; Punkt liegt nahe Null im 1. Quadranten, bei Re = 3,89E-13 und Im = 3,6E-07