

1. Einführung .....	2
2. Prüfstands Aufbau, Prüfstands- und Fahrzeugdaten .....	2
2.1. Prüfstands Aufbau .....	2
2.2. Prüfstands- und Fahrzeugdaten .....	3
3. Versuchsdurchführung .....	3
4. Auswertung .....	4
4.1. Messwerte .....	4
4.2. Berechnung der Schwerpunktlage .....	4
4.2.1. Schwerpunkt des Gesamtfahrzeug .....	4
4.2.2. Schwerpunkt $S_A$ der gefederten Aufbaumassen .....	7
4.3. Fehlerrechnung .....	8
4.4. Achslaständerungs-Höhendifferenz-Diagramm .....	10

## 1. Einführung

Der Schwerpunkt und seine Lage bestimmen im Wesentlichsten die fahrdynamischen Eigenschaften eines Kraftfahrzeugs. Durch eine Verschiebung des Schwerpunktes entlang der Fahrzeuglängsachse kann man gezielt übersteuerndes, untersteuerndes oder neutrales Eigenlenkverhalten hervorrufen. Liegt der Schwerpunkt mehr in Richtung Vorderachse neigt das Fahrzeug zum Untersteuern, liegt der Schwerpunkt hingegen näher an der Hinterachse wird das Fahrzeug eher zum Übersteuern neigen. Die Abhängigkeit von Radstellgrößen und anderen Einflussgrößen darf dabei nicht vernachlässigt werden.

Des Weiteren kann die Höhe Schwerpunktes die Kippneigung des Fahrzeugs stark beeinflussen. Bei hohem Schwerpunkt neigt das Fahrzeug eher zum Kippen, als bei einem Schwerpunkt der sehr niedrig liegt. Die Variation der Lage des Schwerpunktes hängt von vielen Faktoren, wie z.B. Motormasse, Radstand, Massen der einzelnen Bauteile und Ihre Lage im System Kraftfahrzeug ab.

Im nachfolgenden Protokoll soll nun der Schwerpunkt eines PKW experimentell ermittelt werden.

## 2. Prüfstands Aufbau, Prüfstands- und Fahrzeugdaten

### 2.1. Prüfstands Aufbau

Zur Ermittlung der benötigten Werte werden folgende Messeinrichtungen bzw.

Versuchsaufbauten benötigt:

- Waagen, um die Rad- und daraus die Achslasten zu ermitteln, im Versuch waren die Waagen elektronisch, daher musste eine Anzeigeeinheit verwendet werden
- ein U-Profil-Träger und ein Deckenkran, um die Achsen des PKW anzuheben
- eine feste Aufstandsfläche (im Versuch wurde ein fixierter Rahmen genutzt)
- ein Bandmaß, um die Höhen zu ermitteln

## 2.2. Prüfstands- und Fahrzeugdaten

Folgende Daten sind vom Prüfstand und Fahrzeug bekannt:

Radstand	a	2450	mm
Spurbreite vorn	b <sub>v</sub>	1420	mm
Spurbreite hinten	b <sub>H</sub>	1375	mm
Gewichtskraft der ungefederten Massen	G <sub>a</sub>	1177	N
Schwerpunktabstand der ungefederten Massen			
von der Vorderachse	a <sub>aV</sub>	1068	mm
von Hinterachse	a <sub>aH</sub>	1364	mm
von den linken Rädern	b <sub>aL</sub>	710	mm
von den rechten Rädern	b <sub>aR</sub>	710	mm
über der Fahrbahn	h <sub>a</sub>	301	mm

## 3. Versuchsdurchführung

Zuerst wurde der PKW (Ford Fiesta) auf den Prüfstandsrahmen gehoben. Um Fehler zu vermeiden wurden dann die Federn blockiert, da dies Radlastschwankungen zur Folge haben kann. Weiterhin wurden die Bremsen gelöst und das Getriebe in Leerlaufstellung gebracht. Dies geschah ebenfalls, um Radlastschwankungen, bzw. Verfälschungen zu verhindern. Durch die angezogenen Bremsen entsteht ein Moment um die angehobene Achse und die Achse, welche sich noch auf dem unteren Höhenniveau befindet, wird entlastet.

Nachdem alle Vorbereitungen getroffen waren konnte die Messung der Radlasten durchgeführt werden. Hierzu wurden unter den Rädern der Vorderachse die Waagen positioniert. Um eine exakte horizontale Ausrichtung der Achsen zu gewährleisten, wurde mit Hilfe einer Laser-Nivellierwaage die Vorder- und Hinterachse im Bereich des Achsmittelpunktes auf gleich Höhe ausgerichtet. Anschließend wurde die Hinterachse mit Hilfe des Kranes angehoben. Dies geschah in Abständen von ca. 200mm („ca.“ - Messgenauigkeit des Zollstockes/Bandmasses und Präzision des Hebezeuges). Zu den jeweiligen Höhen wurden die entsprechenden Achslasten aufgezeichnet. Die Messungen an der höchsten Stelle wurden genutzt, um die Bestimmung der Schwerpunkthöhe durchzuführen.

Danach wurde das Fahrzeug wieder um jeweils 200 mm abgesenkt und die Achslasten aufgezeichnet. Jetzt konnten die Messungen der Radlasten für die Hinterachse wiederholt werden. Dies erfolgte nach dem gleichen Prinzip wie oben für die Vorderachse bereits beschrieben.

Aus den Werten von Vorder- und Hinterachse konnte nun der Gesamtschwerpunkt des PKW bestimmt werden.

## 4. Auswertung

### 4.1. Messwerte

In der folgenden Tabelle sind die in dem Versuch aufgenommenen Messwerte zu sehen.

angehobene Hinterachse:

$h_v$ [mm]	$h_H$ [mm]	$m_{QVR}$ [kg]	$m_{QVL}$ [kg]
101	101	299.5	296.0
101	299	302.5	301.0
101	498	307.0	305.0
101	700	311.5	310.0
101	898	317.0	314.0
101	700	313.5	311.0
101	504	308.5	306.5
101	301	303.0	301.5

$h_v$ ...Höhe der Vorderachse über Boden  
 $h_H$ ...Höhe der Hinterachse über Boden  
 $h_w = h_H - h_v$ ...Höhendifferenz  
 $m_{QVR}$ ...Radlast vorn rechts  
 $m_{QVL}$ ...Radlast vorn links  
 $m_{QHR}$ ...Radlast hinten rechts  
 $m_{QHL}$ ...Radlast hinten links

angehobene Vorderachse:

$h_v$ [mm]	$h_H$ [mm]	$m_{QHR}$ [kg]	$m_{QHL}$ [kg]
110	110	201.0	197.5
307	110	204.5	203.0
508	110	209.5	207.0
710	110	214.5	212.0
911	110	220.5	216.5
712	110	217.5	212.0
508	110	213.0	206.0
307	110	206.5	202.0

### 4.2. Berechnung der Schwerpunktlage

#### 4.2.1. Schwerpunkt des Gesamtfahrzeug

berechnete Gewichtskräfte aus den gemessenen Massen

angehobene HA

$m_{QVR}$ [kg]	$F_{QVR}$ [N]	$m_{QVL}$ [kg]	$F_{QVL}$ [N]
299.5	2938.10	296.0	2903.76
302.5	2967.53	301.0	2952.81
307.0	3011.67	305.0	2992.05
311.5	3055.82	310.0	3041.10
317.0	3109.77	314.0	3080.34
313.5	3075.44	311.0	3050.91
308.5	3026.39	306.5	3006.77
303.0	2972.43	301.5	2957.72

angehobene VA

$m_{QHR}$ [kg]	$F_{QHR}$ [N]	$m_{QHL}$ [kg]	$F_{QHL}$ [N]
201.0	1971.81	197.5	1937.48
204.5	2006.15	203.0	1991.43
209.5	2055.2	207.0	2030.67
214.5	2104.25	212.0	2079.72
220.5	2163.11	216.5	2123.87
217.5	2133.68	212.0	2079.72
213.0	2089.53	206.0	2020.86
206.5	2025.77	202.0	1981.62

$F_{QVR}$ ...Radlast vorn rechts  
 $F_{QVL}$ ...Radlast vorn links  
 $F_{QHR}$ ...Radlast hinten rechts  
 $F_{QHL}$ ...Radlast hinten links

Zum berechnen des Fahrzeuggewicht wird folgende Formel verwendet:

$$G_W = F_{QV} + F_{QH} \text{ bzw. } G_W = F_{QR} + F_{QL}$$

G<sub>W</sub>...Fahrzeuggewicht  
 F<sub>QV</sub>...Vorderachslast  
 F<sub>QH</sub>...Hinterachslast  
 F<sub>QR</sub>...Summe Radlasten rechts  
 F<sub>QL</sub>...Summe Radlasten links

Wobei die Variablen wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} F_{QV} &= F_{QVR} + F_{QVL} & \text{und} & & F_{QR} &= F_{QVR} + F_{QHR} \\ F_{QH} &= F_{QHL} + F_{QHL} & & & F_{QL} &= F_{QVL} + F_{QHL} \end{aligned}$$

Als Grundlagen dienen die berechneten Werte für die gleiche Höhe der Vorder- und Hinterachse. Somit kommt zu folgenden Ergebnissen:

$$\begin{aligned} F_{QV} &= 2938,10N + 2903,76N = 5841,86N & \text{und} & & F_{QR} &= 2938,10N + 1971,81N = 4909,91N \\ F_{QH} &= 1971,81N + 1937,48N = 3909,29N & & & F_{QL} &= 2903,76N + 1937,48N = 4841,24N \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned} G_W &= F_{QV} + F_{QH} = 5841,86N + 3909,29N = 9751,14N \\ &\text{bzw.} \\ G_W &= F_{QR} + F_{QL} = 4909,91N + 4841,24N = 9751,14N \end{aligned}$$

Berechnung der horizontalen Schwerpunktlage in der Fahrzeuglängsachse

$$\begin{aligned} a_V &= \frac{F_{QH} \cdot a}{G_w} = \frac{3909,29N \cdot 2450mm}{9751,14N} = 982,2mm \text{ und} \\ a_H &= \frac{F_{QV} \cdot a}{G_w} = \frac{5841,86N \cdot 2450mm}{9751,14N} = 1467,8mm \end{aligned}$$

$$\text{Probe: } a_V + a_H = a = 982,2mm + 1467,8mm = \underline{2450mm} \quad \text{w.z.b.w.}$$

a...Radstand  
 b...Spurbreite  
 a<sub>V</sub>...Schwerpkt.-abstand VA  
 a<sub>H</sub>... Schwerpkt.-abstand HA  
 b<sub>L</sub>...Schwerpkt.abstand links  
 b<sub>R</sub>... Schwerpkt.abstand rechts

Berechnung der horizontalen Schwerpunktlage in der Fahrzeugbreite

$$b_R = \frac{F_{QL} \cdot b}{G_w} = \frac{4841,24N \cdot 1420mm}{9751,14N} = 705mm \text{ und } b_L = \frac{F_{QR} \cdot b}{G_w} = \frac{4909,91N \cdot 1420mm}{9751,14N} = 715mm$$

$$\text{Probe: } b_R + b_L = b = 705mm + 715mm = \underline{1420mm} \quad \text{w.z.b.w.}$$

Berechnung der vertikalen Schwerpunktlage in der Fahrzeughöhe

$$\Delta F_Q = F'_{QV} - F_{QV} \qquad h = \frac{\Delta F_Q}{G_W} \cdot \frac{a}{h_W} \cdot \sqrt{a^2 - h_W^2}$$

**angeh. HA**

Messwerte/ aus Messwerten berechnet					berechnete Werte			
h <sub>v</sub> [mm]	h <sub>H</sub> [mm]	h <sub>w</sub> [mm]	F <sub>QVR</sub> [N]	F <sub>QVL</sub> [N]	F <sub>QV</sub> [N]			
101	101	0	2938.10	2903.76	5841.86			
h <sub>v</sub> [mm]	h <sub>H</sub> [mm]	h <sub>w</sub> [mm]	F' <sub>QVR</sub> [N]	F' <sub>QVL</sub> [N]	F' <sub>QV</sub> [N]	ΔF <sub>Q</sub> [N]	h [mm]	
101	299	198	2967.53	2952.81	5920.34	78.48	243.19	
101	498	397	3011.67	2992.05	6003.72	161.87	247.66	
101	700	599	3055.82	3041.10	6096.92	255.06	254.16	
101	898	797	3109.77	3080.34	6190.11	348.26	254.35	
101	700	599	3075.44	3050.91	6126.35	284.49	283.49	
101	504	403	3026.39	3006.77	6033.15	191.30	288.22	
101	301	200	2972.43	2957.72	5930.15	88.29	270.84	
						h_HA	263.13	

**angeh. VA**

Messwerte/ aus Messwerten berechnet					berechnete Werte			
h <sub>v</sub> [mm]	h <sub>H</sub> [mm]	h <sub>w</sub> [mm]	F <sub>QHR</sub> [N]	F <sub>QHL</sub> [N]	F <sub>QH</sub> [N]			
110	110	0	1971.81	1937.48	3909.29			
h <sub>v</sub> [mm]	h <sub>H</sub> [mm]	h <sub>w</sub> [mm]	F' <sub>QHR</sub> [N]	F' <sub>QHL</sub> [N]	F' <sub>QH</sub> [N]	ΔF <sub>Q</sub> [N]	h [mm]	
307	110	197	2006.15	1991.43	3997.58	88.29	274.99	
508	110	398	2055.20	2030.67	4085.87	176.58	269.48	
710	110	600	2104.25	2079.72	4183.97	274.68	273.23	
911	110	801	2163.11	2123.87	4286.97	377.69	274.30	
712	110	602	2133.68	2079.72	4213.40	304.11	301.43	
508	110	398	2089.53	2020.86	4110.39	201.11	306.91	
307	110	197	2025.77	1981.62	4007.39	98.10	305.54	
						h_VA	286.55	

Die vertikale Schwerpunktlage (jeweils für die angehobenen Hinter- und Vorderachse) wurde aus den berechneten Werten gemittelt (arithmetischer Mittelwert). h\_HA und h\_VA bezeichnen den jeweiligen Abstand zwischen Schwerpunkthöhe und Achsmittle. Die Unterschiede der Werte ist auf die Messgenauigkeit der Waage zurückzuführen. Die Höhe h daher aus dem arithmetischen Mittel beider Höhen berechnet:

$$\bar{h} = \frac{h_{HA} + h_{VA}}{2} = \frac{263,13\text{mm} + 286,55\text{mm}}{2} = 274,84\text{mm}$$

Höhe  $h_W$  des Schwerpunktes  $S_W$  über der Fahrbahn

$$\bar{h}_W = \bar{h} + r_{stat} = 274,84 + 270 = 544,84\text{mm}$$

Schwerpunkt  $S_a$  der ungefederten Achsmassen

*siehe Tabelle der gegebenen Werte*

#### 4.2.2. Schwerpunkt $S_A$ der gefederten Aufbaumassen

Gewicht des gefederten Aufbaus

$$G_A = G_W - G_a = 9751,14\text{N} - 1177\text{N} = 8574,1\text{N}$$

Abstand des Schwerpunktes  $S_A$  von der Vorderachse

$$a_{AV} = \frac{a_V \cdot G_W - a_{aV} \cdot G_a}{G_A} = \frac{982,2\text{mm} \cdot 9751,14\text{N} - 1068\text{mm} \cdot 1177\text{N}}{8574,14\text{N}} = 970,44\text{mm}$$

Abstand des Schwerpunktes  $S_A$  von der Hinterachse

$$a_{AH} = a - a_{AV} = 2450\text{mm} - 970,44\text{mm} = 1479,56\text{mm}$$

Abstand des Schwerpunktes  $S_A$  von linken Rädern

$$b_{AL} = \frac{b_L \cdot G_W - b_{aL} \cdot G_a}{G_A} = \frac{715\text{mm} \cdot 9751,14\text{N} - 710\text{mm} \cdot 1177\text{N}}{8574,14\text{N}} = 715,69\text{mm}$$

Abstand des Schwerpunktes  $A_S$  von rechten Rädern

$$b_{AR} = b - b_{AL} = 1420\text{mm} - 715,69\text{mm} = 704,31\text{mm}$$

Höhe des Schwerpunktes

$$h_A := \frac{(h_W \cdot G_W - h_a \cdot G_a)}{G_A} \quad h_A = 578,31\text{mm}$$

### 4.3. Fehlerrechnung

Die maximalen Fehler bei einer Einzelmessung wurden wie folgt festgelegt:

Ermittlung der Höhe:  $\Delta h_W = \pm 1\text{mm}$

Ermittlung des Gewichtes:  $\Delta(\Delta F_Q) = \pm 2 \cdot 0,5\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \pm 9,81\text{N}$  (da bei der Bestimmung

der Radlasten für die Achslast zwei Waagen verwendet werden, muss man den doppelten Fehlereinfluss ( $2 \cdot 0,5\text{ kg}$ ) berücksichtigen).

Da nach dem maximalen Fehler gefragt ist, werden die beim anheben einer Achse auftretenden Größtwerte verwendet. Somit wird der maximale Fehler beim anheben der Vorderachse berechnet, da folgende Werte (aus obiger Tabelle „angeh. VA“) bekannt sind:

$$h_W = 801\text{mm} \quad |\Delta F_Q| = 377,96\text{N}$$

Zur Berechnung des relativen und absoluten Fehlers muss die folgende Gleichung herangezogen werden:

$$h = \frac{\Delta F_Q}{G_W} \cdot \frac{a}{h_W} \cdot \sqrt{a^2 - h_W^2}$$

Um nun die Fehler zu berechnen, muss die oben stehende Gleichung partiell nach den Variablen abgeleitet werden, von denen ein Messfehler bekannt ist bzw. welche Messfehler verursachen. In diesem Fall erfolgt die Ableitung nach  $h_W$  bzw. nach  $\Delta F_Q$ . Der Gesamtabsolutfehler berechnet sich nach der folgenden Gleichung:

**Absoluter Fehler**  $\Delta h = \left| \frac{\delta h}{\delta \Delta F_Q} \cdot \Delta(\Delta F_Q) \right| + \left| \frac{\delta h}{\delta h_W} \cdot \Delta h_W \right|$

dabei ist:  $\frac{\delta h}{\delta \Delta F_Q} = \frac{a}{G_W \cdot h_W} \cdot \sqrt{a^2 - h_W^2}$  und

$$\frac{\delta h}{\delta h_W} = -\frac{\sqrt{a^2 - h_W^2}}{G_W \cdot h_W^2} \cdot a \cdot \Delta F_Q - \frac{a \cdot \Delta F_Q}{\sqrt{a^2 - h_W^2} \cdot G_W}$$

$$a = 2450 \text{ mm}$$

$$G_W = 9751,14 \text{ N}$$

$$h_W = 801 \text{ mm}$$

mit:  $\Delta h_W = 1 \text{ mm}$

$$\Delta F_Q = 377,96 \text{ N}$$

$$\Delta(\Delta F_Q) = 9,81 \text{ N}$$

$$h = 274,84 \text{ mm}$$

Durch einsetzen der gegebenen Werte erhält für den absoluten Fehler:

$$\Delta h = 7,51 \text{ mm} \text{ bzw. } \pm 7,51 \text{ mm}$$

### **Relativer Fehler**

Der relative Fehler errechnet sich nach folgender Gleichung:

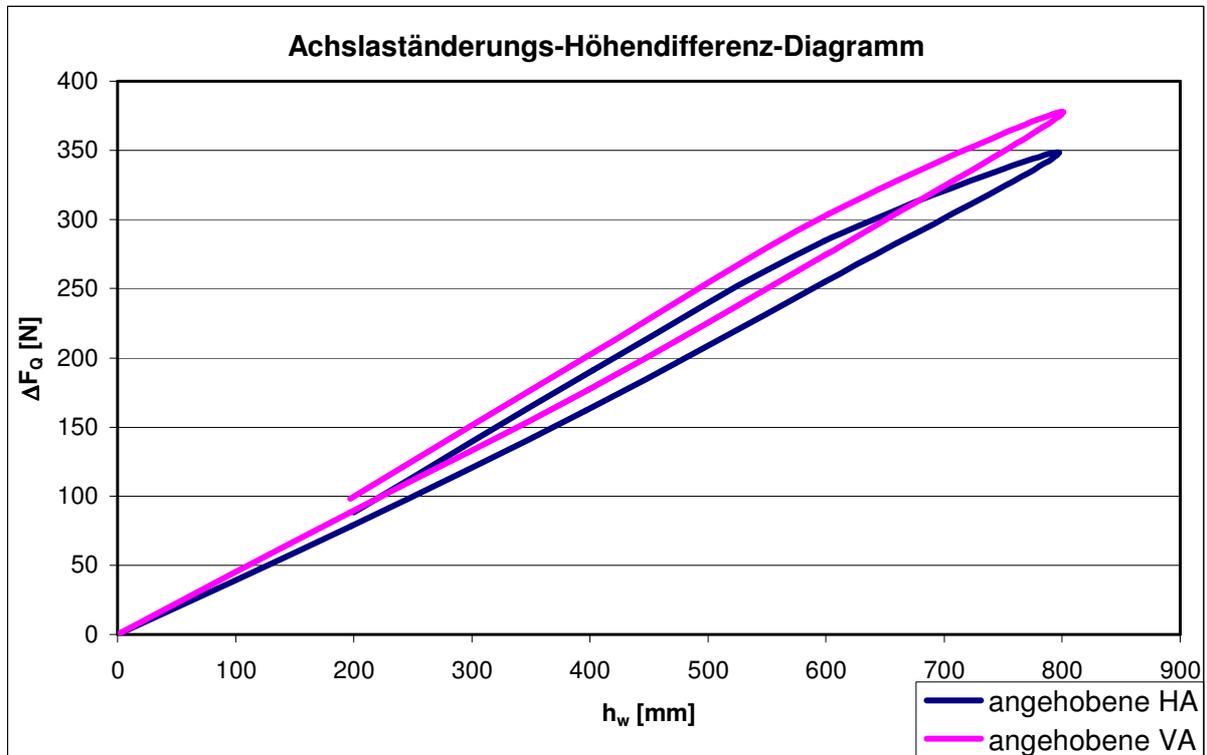
$$\frac{\Delta h}{h} = \left| \frac{\delta h}{\delta \Delta F_Q} \cdot \frac{\Delta(\Delta F_Q)}{h} \right| + \left| \frac{\delta h}{\delta h_W} \cdot \frac{\Delta h_W}{h} \right|$$

Für den relativen Wert erhält man:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{7,52 \text{ mm}}{274,84 \text{ mm}} = \frac{7,51 \text{ mm}}{274,84 \text{ mm}} = 0,0273 \hat{=} \underline{\underline{2,73\%}}$$

Natürlich ist es auch möglich die Fehler einzeln für jede Achse zu betrachten, der Weg ist aber der gleiche wie bereits oben beschrieben.

#### 4.4. Achslaständerungs-Höhendifferenz-Diagramm



Wie im Diagramm zu erkennen ist, entsteht bei Heben und Senken der Achsen eine nicht geschlossene (offene) Hystereseschleife. (Offen deshalb, weil am Ende des Versuches nicht auf die Ausgangshöhe „0mm“ abgesenkt worden ist. Ansonsten hätte man nochmal die Werte auf den Waagen ablesen können und so die Kurve geschlossen darstellen können.) Diese Hysterese ist desweiteren für das Heben der Vorderachse und Hinterachse unterschiedlich.