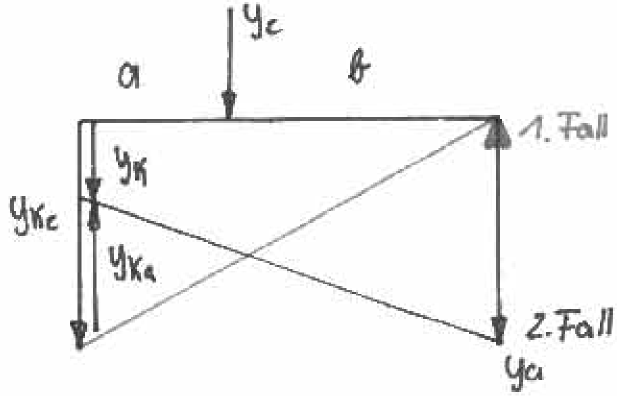
Aufgabe 7.1)




Bilanz: $y_K = y_{Kc} - y_{Ka}$

Hebel: $\frac{y_{Kc}}{a+b} = \frac{y_c}{b}$ ; $\frac{y_{Ka}}{a} = \frac{y_a}{b}$

Schlitz: $\frac{\dot V}{\dot V_{max}} = \frac{y_K}{s}$

$V = A \cdot y_a \Rightarrow \dot V = A \cdot \dot y_a$

↗ einsetzen:

$$\frac{\dot V}{\dot V_{max}} \cdot s = y_{Kc} - y_{Ka}$$

$$= \frac{y_c}{b}(a+b) - \frac{y_a \cdot a}{b}$$

mit $\dot V = A \cdot \dot y_a$

$$\frac{A \cdot s}{\dot V_{max}} \cdot \dot y_a + \frac{a}{b} \cdot y_a = \frac{a+b}{b} \cdot y_c \quad \Big| \cdot \frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{As}{\dot V_{max}} \cdot \dot y_a + y_a = \frac{b(a+b)}{a \cdot b} \cdot y_c$$

↗ PT1 Verhalten

$$K = \frac{a+b}{a} = 6$$

$$T_1 = \frac{b}{a} \cdot \frac{(\pi/4 \cdot (D^2 - d^2) \cdot s}{\dot{V}_{max}} = 3{,}89\,s$$

c) Sprungantwort für $y_{e0} = 2mm$ bis $t = 10s$

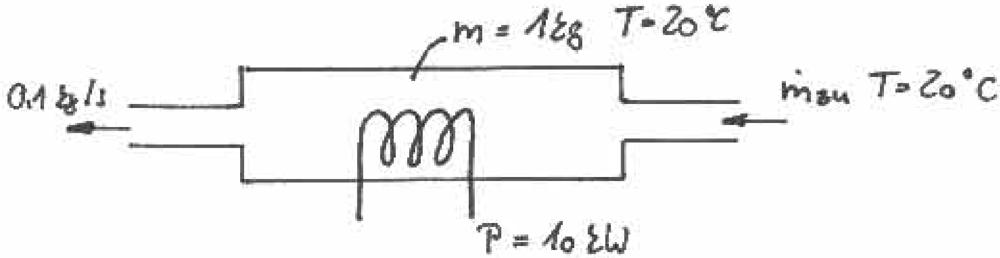
↗ Studienbrief S. 58

$$x_a = K \cdot x_{e0} \cdot (1 - e^{-t/T_1})$$

$$x_a = 6 \cdot 2mm\,(1 - e^{-\frac{10s}{3{,}89s}})$$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 |
| $y_a$ | 0 | | | | | | | | | 11,08 |

Aufgabe 7.2)




$$\dot{Q}_{ab} = \dot{Q}_{zu} + \dot{Q}_P$$

Wärme $Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \qquad Q = \int \dot{Q}\,dt$$

$$Q = \int \ldots \qquad \Delta\vartheta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{cm} \int \Delta\dot{Q}\,dt$$

Aufgabe 7.3)

Sprungantwort

$$T_1 \cdot \Delta \dot{p} + \Delta p = K \cdot \Delta \dot{m} \qquad K = 0{,}2\ MPa/(kg/h)$$

$$T_1 = 40\,s$$

↗ DT2 Verhalten → laut gegebener Formel

↗ PT1 Verhalten

Sprungantwort PT1 Verhalten

$$x_a = K \cdot x_{e0} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) \qquad x_{e0} = \cancel{0{,}2}\ 4\ kg/h$$

$$x_a = \Delta p = 0{,}2\ MPa$$

↗ umstellen nach $t$

$$\frac{\Delta p}{K \cdot x_{e0}} = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$e^{-\frac{t}{T_1}} = 1 - \frac{\Delta p}{K \cdot x_{e0}}$$

$$-\ln e^{-\frac{t}{T_1}} = \ln\left(1 - \frac{\Delta p}{K \cdot x_{e0}}\right)$$

$$-\frac{t}{T_1} = \ln\left(1 - \frac{\Delta p}{K \cdot x_{e0}}\right)$$

$$t = \ln\left(1 - \frac{\Delta p}{K \cdot x_{e0}}\right) \cdot -T_1$$

$$t = 11{,}5\,s$$

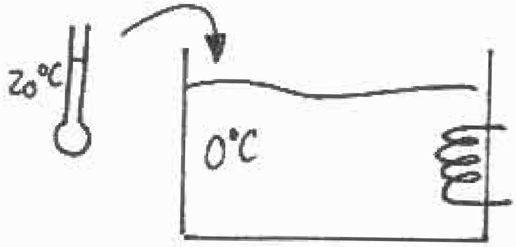
Aufgabe 7.4)

Thermostat $t = 0$ $\vartheta = 0°C$

- Änderung der Temperatur $\vartheta_e = A \cdot t$ $(A = 0{,}04\,K/s)$

Thermometer $t = 0$ $\vartheta_{a0} = 20\,°C$

ges: $\vartheta_a = f(t)$ mit $T_1 = 50\,s$




Bilanz: $Q_{ap} = \alpha \cdot A \cdot (\vartheta_e - \vartheta_a)$

$$Q_{ap} = c \cdot m \cdot \vartheta_a$$

⇒ beide gleichsetzen

$$\frac{cm}{\alpha \cdot A} (\vartheta_e - \vartheta_a) = \vartheta_a \frac{cm}{\alpha A}$$

$$\vartheta_e - \vartheta_a = \vartheta_a \frac{cm}{\alpha \cdot A}$$

$$\vartheta_e = \vartheta_a \frac{cm}{\alpha \cdot A} + \vartheta_a$$

Thermometer ≙ PT1 Verhalten

$$K \cdot x_e = T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a$$

$$K \cdot \Delta\vartheta_e = T_1 \cdot \Delta\dot{\vartheta}_a + \Delta\vartheta_a$$

$$T_1 = \frac{c \cdot m}{\alpha \cdot A} = 50\,s$$

$$K = 1$$

$x_a = x_{a0} + x_a$ mit $x_{a0} = 20\,°C$

Bei Anstiegsantwort

$x_e = c \cdot t$ bzw $x_e = x_{e0} + c \cdot t$

in DGL eingesetzt

$T_1 \cdot s\vartheta_a + s\vartheta_a = K \cdot x_{e0} + K \cdot c \cdot t$

bzw. $T_1 \dot{x}_a + x_a = K \cdot x_{e0} + K \cdot c \cdot t$

$\rightarrow$ Zwischenschritt, wenn $x_e$ = Anstiegsfunktion, dann

$x_a = a \cdot t + b$

$\dot{x}_a = a$

$\Rightarrow T_1 \cdot a + a \cdot t + b = K \cdot x_{e0} + K \cdot c \cdot t$

nur Glieder mit t betrachten

$t: \; a = K \cdot c$

Rest: $T_1 \cdot a + b = K \cdot x_{e0}$

$b = K \cdot x_{e0} - T_1 \cdot a$

$\Rightarrow x_a = \underbrace{C \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}}_{x_{a0}} + \underbrace{K \cdot c \cdot t + K x_{e0} - K c T_1}_{x_a}$

für $t = 0$

$0 = C - 20 - \frac{1}{25} \cdot 50$

$C = 22$

$x_a = 22 e^{-\frac{t}{50}} + \frac{1}{25} \cdot (t - 50) - 20$

$x_a = x_{a0} + x_a$

$x_a = 20 + 22e^{-\frac{t}{50}} + \frac{1}{25}t - 2 - \cancel{20}$

$\vartheta_a = 22e^{-\frac{t}{50}} + \frac{1}{25} \cdot t - 2K \quad \to \frac{1}{11} \quad e^{-\frac{t}{50s}} \quad t = 119{,}89\,s$

b) $\Delta\vartheta = \vartheta_e - \vartheta_a$

$\vartheta_a = 22e^{-\frac{t}{50}} + \frac{1}{25} \cdot t - 2$

$t \to \infty$

$1 \quad e^{-\frac{t}{50}} = 1 \;;\; \frac{1}{25} \cdot t$

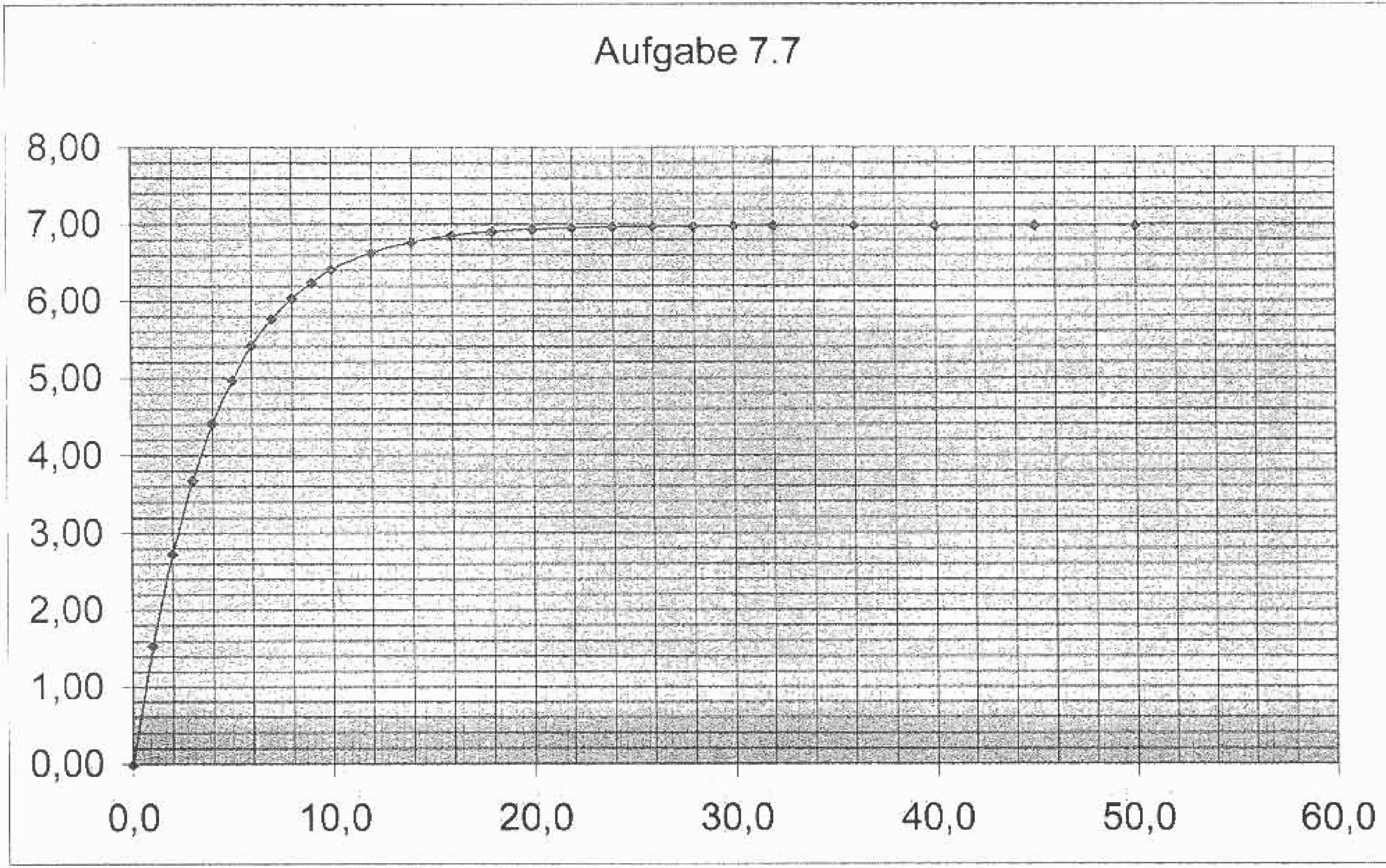
$\Delta\vartheta = \frac{1}{25} \cdot t - \frac{1}{25} \cdot t + 2K$

$\Delta\vartheta = 2K$

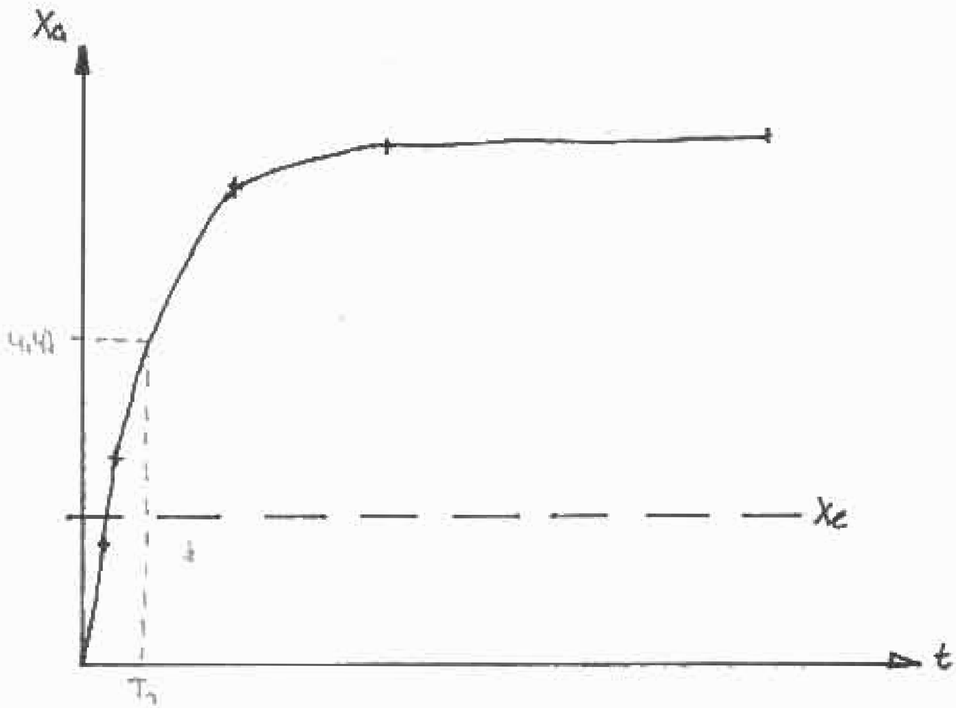
c) $\vartheta_c = \vartheta_{a\,ausg m}$

$\frac{1}{25} t_c = \frac{1}{25} t_a - 2$

$\Delta t = 50\,s$


Aufgabe 7.7
8,00
7,00
6,00
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0

Aufgabe 7.7)




aus Aufgabenstellung: $x_e = 2 \Rightarrow$ Sprungantwort $\rightarrow$ PT1

Übertragungsfaktor $K = h(t) = \frac{x_a(t)}{x_{e0}} = \frac{x_{a\infty}}{x_{e0}}$

mit $x_{a\infty} = 7$ und $x_{e0} = 2$

$\Rightarrow K = \frac{7}{2} = 3{,}5$

Studienanleitung S. 58

PT1 $\quad x_a = K \cdot x_{e0} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_1}})$

$\rightarrow$ Nachrechnen $\rightarrow t = T_1$

$\Rightarrow x_a = K \cdot x_{e0} \cdot (1 - 0{,}367)$

mit $K \cdot x_{e0} = x_{a\infty}$

$\underline{x_a = 4{,}4248 \approx 4{,}43}$

Tangente an $t=0$

$$x_a = K \cdot x_{e0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

$$x_a = K \cdot x_{e0} - K x_{e0} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$$

1. Ableitung für Anstieg (nach t ableiten)

$$\dot{x}_a = \frac{1}{T_1} \cdot K \cdot x_{e0} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$\dot{x}_a(t=0) = \left(\frac{K}{T_1} \cdot x_{e0}\right) \text{ Anstieg}$$

Anstiegsfunktion für $t=0$ $x_{T0} = \frac{K}{T_1} \cdot x_{e0} \cdot t$

für $t = T_1$ $x_{T1} = K \cdot x_{e0} = x_{a\infty}$

$T_1$ abgelesen $\approx 4s$

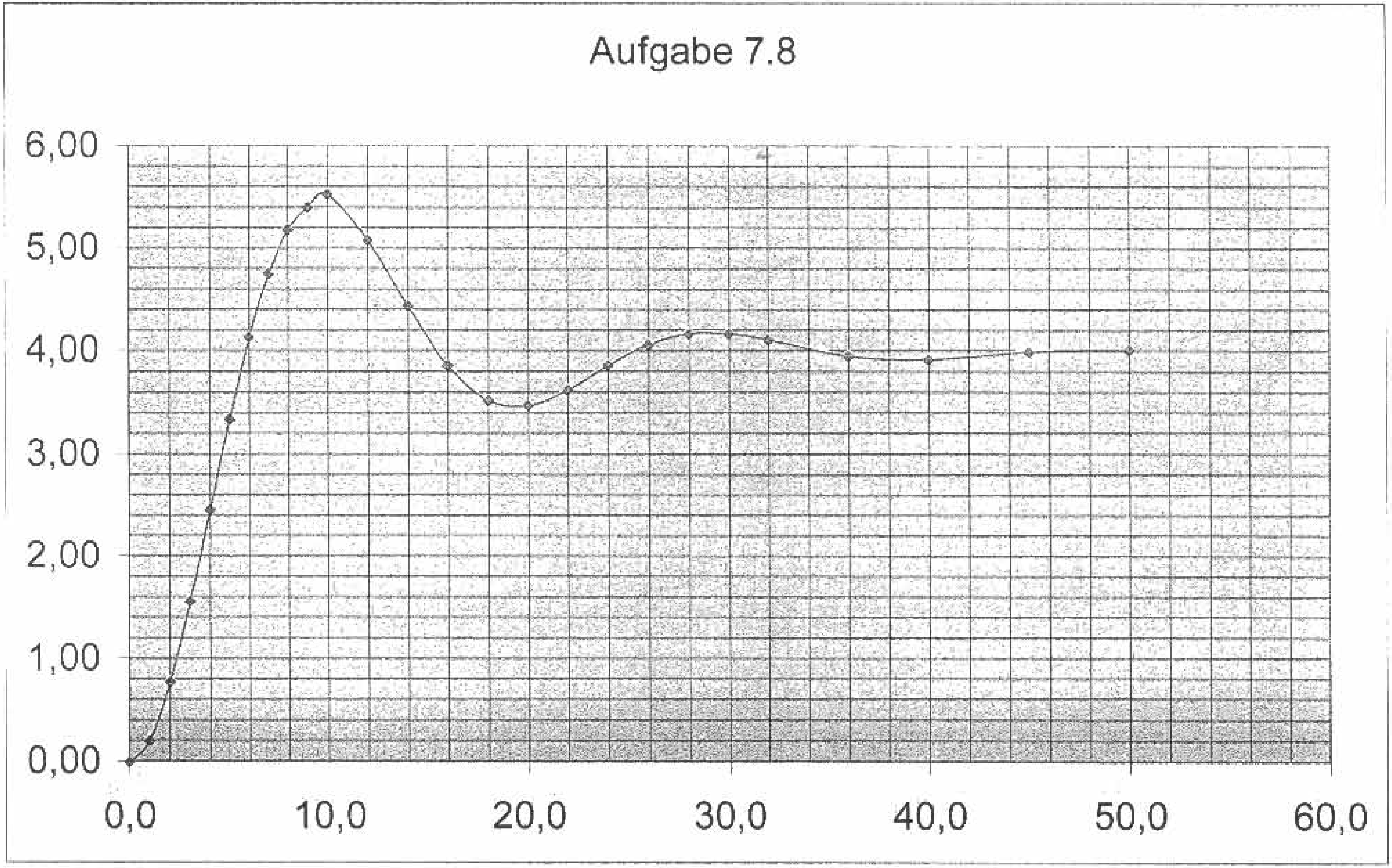
$$T_1 \dot{x}_a + x_a = K \cdot x_e$$

$$4s \cdot \left(\frac{1}{T_1} \cdot 3{,}5 \cdot 2 \cdot e^{-\frac{t}{4s}}\right) + x_a = K \cdot x_e$$

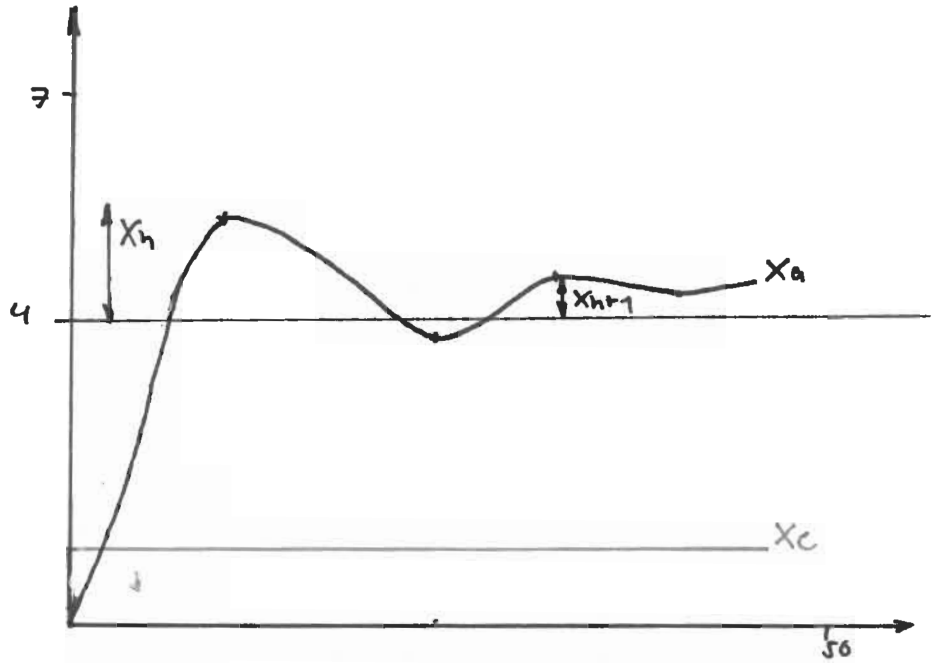
$t$ für beliebigen Wert $= 1s$

$x_a$ -"- $= 1{,}55$

$7 = 7$


Aufgabe 7.8
6,00
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0

Aufgabe 7.8)




$x_e = 1 \Rightarrow$ Sprungantwort

S. 52 $\Rightarrow$ PT2 Verhalten

DGL: $T_2^2 \cdot \ddot{x}_a + T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K \cdot x_e$

S. 54 $\quad T_1 = 2DT_2$

$$T_2^2 \cdot \ddot{x}_a + 2DT_2 \cdot \dot{x}_a + x_a = K \cdot x_{e0}$$

$$K_p = \frac{x_a(t)}{x_{e0}} = \frac{x_{a\infty}}{x_{e0}} = 7$$

$$\delta = \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right)$$

$$D = \frac{\delta}{\sqrt{4\cdot\pi^2 + \delta^2}}$$

$x_n \approx 1{,}5$ $\quad x_n = x_a - x_m$

$x_{n+1} \approx 0{,}2$

$$\delta = \ln\left(\frac{1{,}5}{0{,}2}\right) = 2{,}014$$

$$\underline{\underline{D = 0{,}305}}$$

$$T_2 = \frac{T}{2\pi} \cdot \sqrt{1 - D^2}$$

$T$ = Periodendauer $\approx 19\,s$ – abgelesen

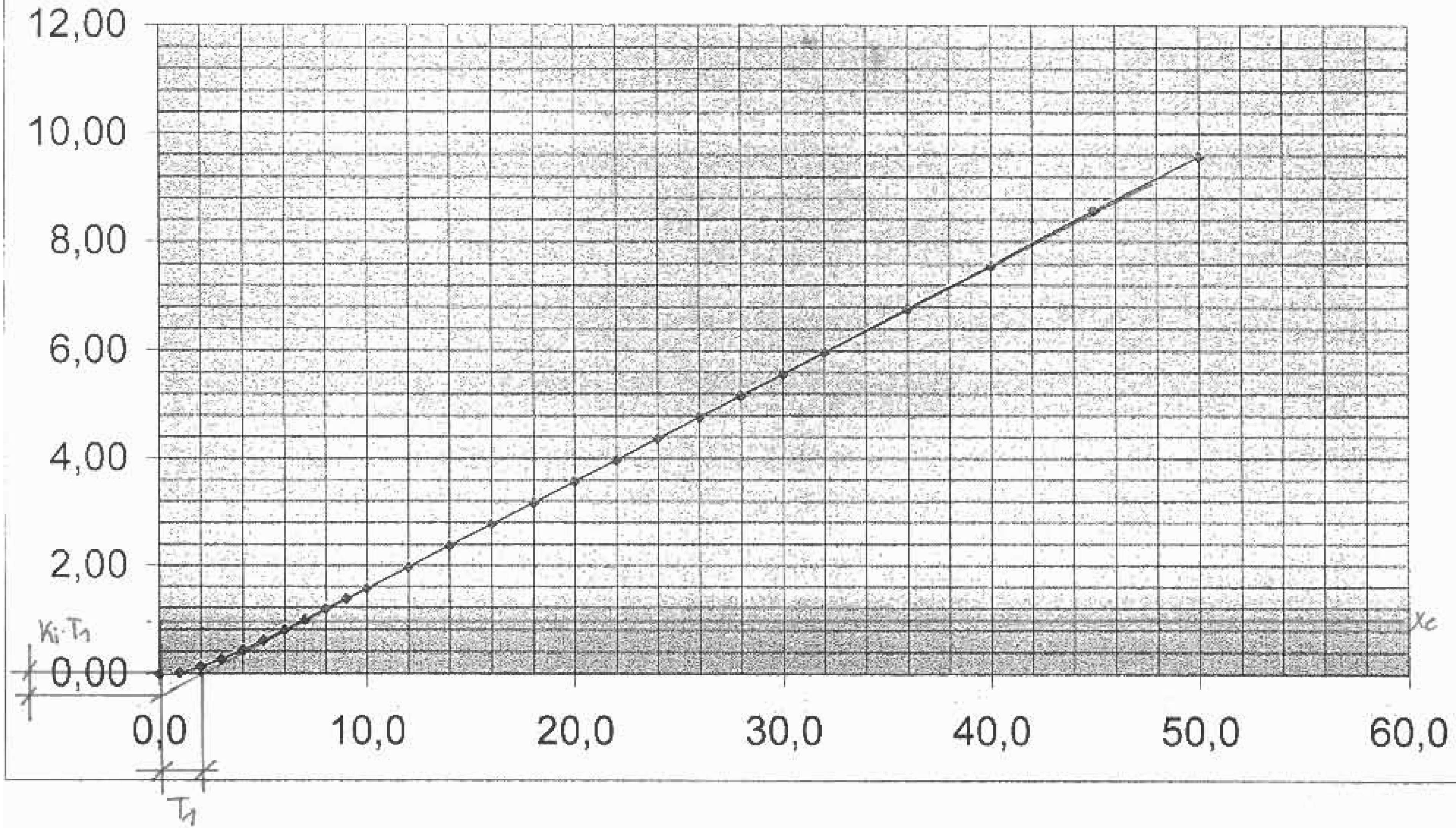
$$T_2 = \frac{19\,s}{2\cdot\pi} \sqrt{1 - 0{,}305^2}$$

$$\underline{\underline{T_2 = 2{,}879\,s}}$$

$$T_1 = 2 \cdot D \cdot T_2$$

$$\underline{\underline{T_1 = 1{,}756\,s}}$$

## Aufgabe 7.9



12,00
10,00
8,00
6,00
4,00
2,00
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0
$K_i \cdot T_1$
$x_c$
$T_1$

Aufgabe 7.9)

↗ aus Aufgabenstellung $x_e = 1$ ⇒ Sprungantwort

↗ Studienbrief Seite 52 ⇒ IT1 - Verhalten mit Verzögerung 1. Ordnung

$$T_1 \dot{x}_a + x_a = K_I \cdot \int x_e \, dt$$

↗ S.58 ⇒ $x_a = K_I \cdot x_{e0} \left( t - T_1 + T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$

Anstieg der Funktion

$$x_a = K_I \cdot x_{e0} \cdot t - K_I x_{e0} T_1 + K_I x_{e0} \cdot T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$\dot{x}_a = K_I \cdot x_{e0} + K_I x_{e0} \cdot T_1 \left( -\frac{1}{T_1} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$\dot{x}_a = K_I \cdot x_{e0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$$

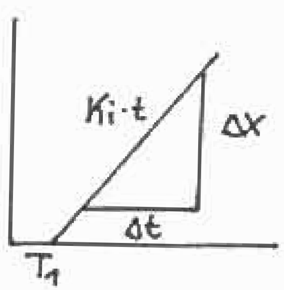
Untersuchung $t \to \infty$

⇒ $\dot{x}_a = K_I \cdot x_{e0}$, da $e^{-\frac{\infty}{T_1}} \to 0$

Untersuchung $t \to T_1$

⇒ $\dot{x}_a = 0$

$T_1$ abgelesen $T_1 = 2s$




$K_I = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$K_I \cdot T_1 = 0{,}4s$ (abgelesen)

$\Delta x =$ (zw. 10s und 20s) $5{,}45 - 3{,}48$

$\Delta x = 1{,}97 \quad \Delta T = 10s$

⇒ $\underline{K_I = 0{,}197 \approx 0{,}2}$

oder $x_a \Rightarrow K_i \cdot T_1 = \Delta x$
$T_1 = \Delta t$

$\Rightarrow K_i = \frac{K_i \cdot T_1}{T_1} = \underline{0{,}2\,s}$

DGL: $T_1 \dot{x}_a + x_a = K_i \cdot \int x_e \, dt$
bzw. $x_a = K_i \cdot x_{e0} \left( t - T_1 + T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$

genommen $T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K_i \int x_e \, dt$

$T_1 = 2s$

$\dot{x}_a = 0{,}2/s$

$x_a = 9{,}6$

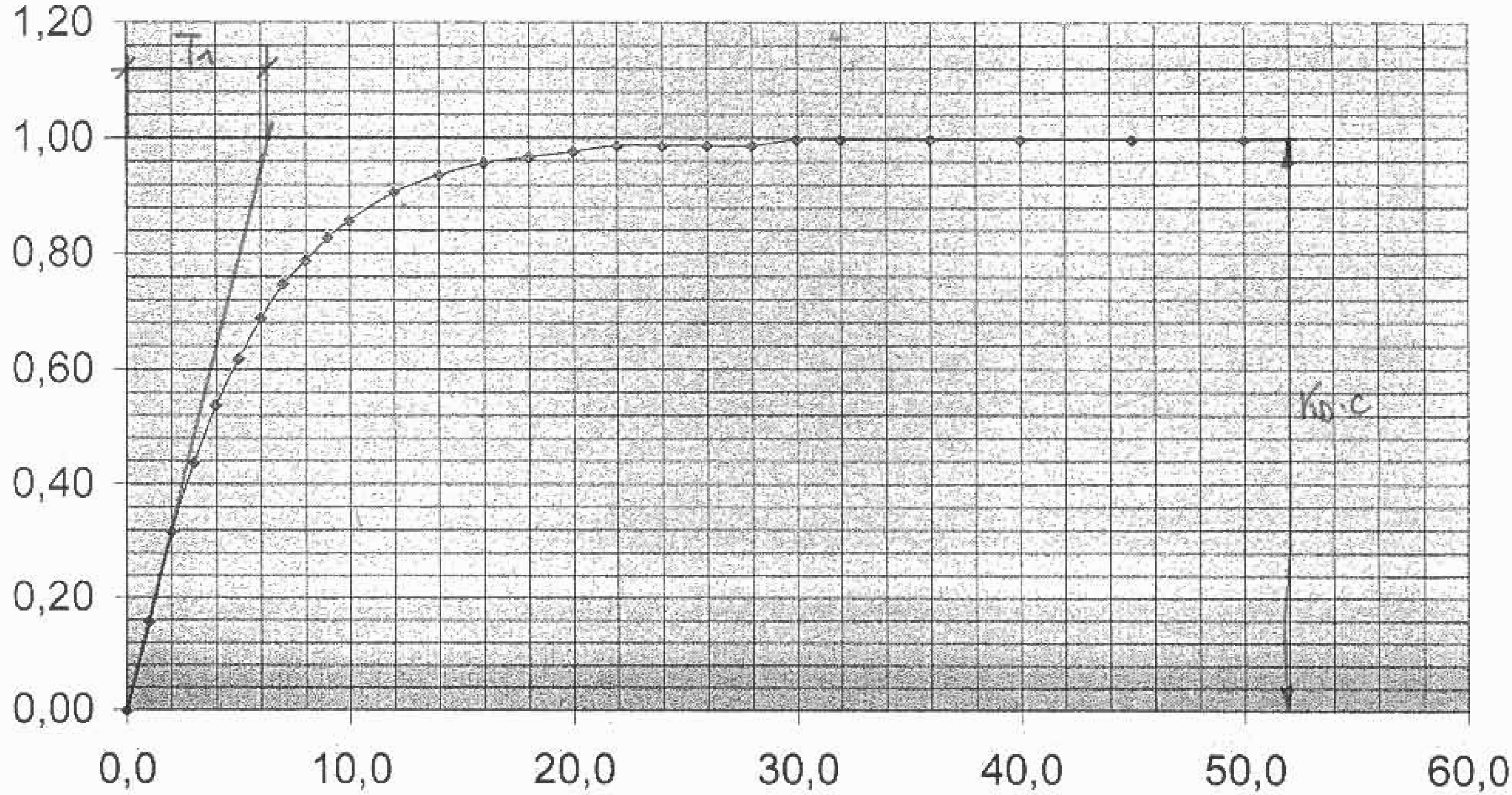
$K_i = 0{,}2$

$\int x_e \, dt \Rightarrow x_{e\infty} = 50s$

$2s \cdot 0{,}2/s + 9{,}6 = 0{,}2 \cdot 50s$

$\underline{10 = 10}$

## Aufgabe 7.10



1,20
1,00
0,80
0,60
0,40
0,20
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0
$T_1$
$K_D \cdot c$

Aufgabe 7.10

↗ aus Aufgabenstellung $x_e = 2 \cdot \frac{t}{s}$

$\Rightarrow$ Anstiegsantwort $\Rightarrow$ S.52 $\Rightarrow$ DT1 - Verhalten

$T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$

$T_1$ (abgelesen) $\approx 6s$ ! es muß aber Anstieg im Nullpunkt betrachtet werden $\Rightarrow$ $T_1 \approx 5s$

$K_D \cdot c = 1 \Rightarrow K_D = ?$

$x_e$ aus Aufgabenstellung $= 2 \cdot s^{-1} \cdot t$

$x_e = c \cdot t \Rightarrow c = \frac{x_e}{t} = \frac{2 \cdot t}{s \cdot t}$ $\underline{c = 2s^{-1}}$

$K_D \cdot c = 1 \Rightarrow K_D = \frac{1}{c} = \underline{0{,}5s}$

↗ S.58

$x_a = \frac{K_D}{T_1} \cdot x_{e0} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$

$\dot{x}_a = -K_D \cdot x_{e0} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$

Untersuchung $(t \to \infty) \Rightarrow \dot{x}_a =$

$x_a = K_D \cdot c \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$

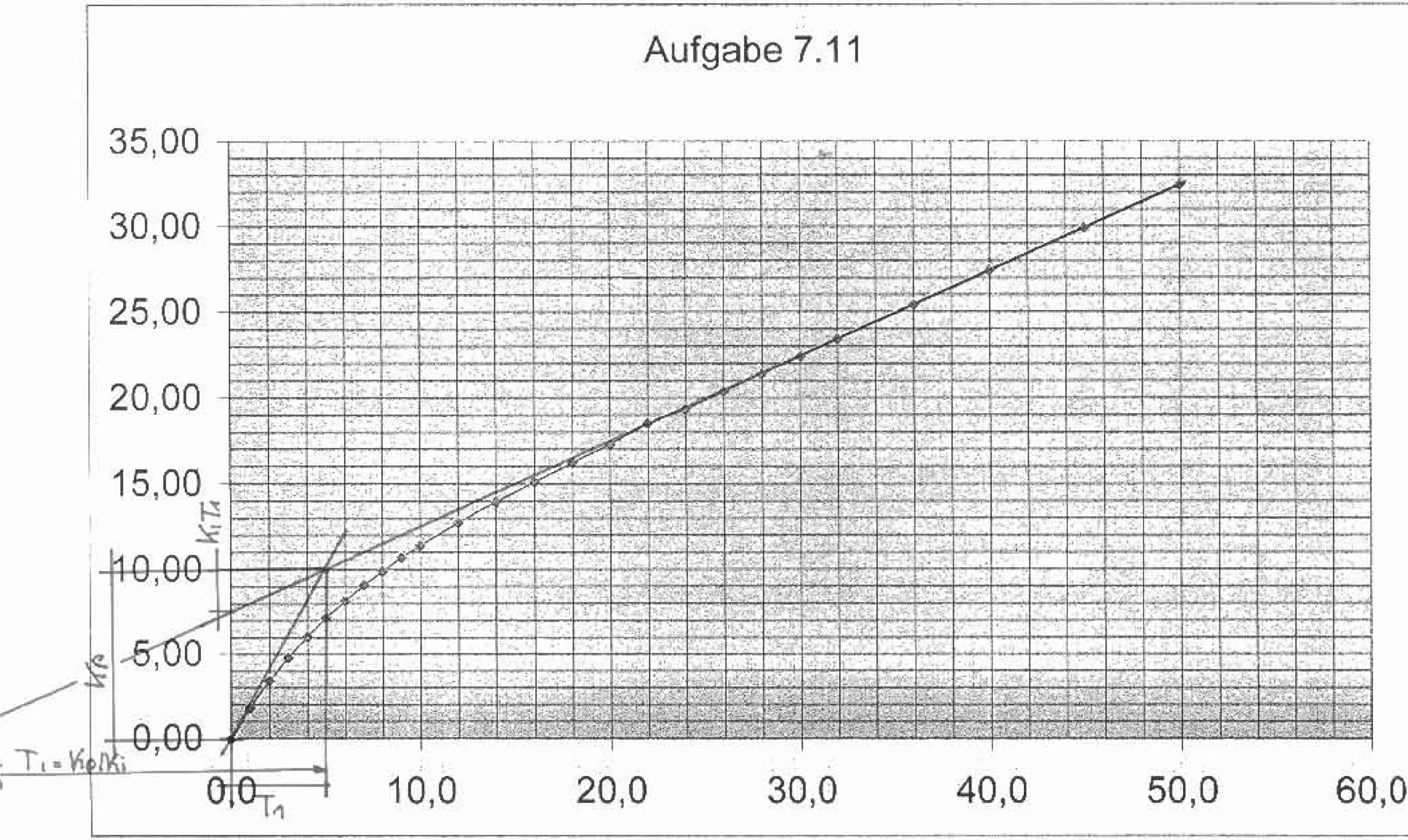
$\dot{x}_a = \frac{1}{T_1} K_D \cdot c \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} = 0{,}02$

DGL $T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$ $1 = 1$

mit $T_1 = 5s$ $K_D = 0{,}5s$

$\dot{x}_a = 0{,}02$ $\dot{x}_e \Rightarrow x_e = c \cdot t \Rightarrow = c = 2s^{-1}$

$x_a = 1$



Aufgabe 7.11
35,00
30,00
25,00
20,00
15,00
10,00
5,00
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0
$K_i T_1$
$K_R$
$T_1$
$T_1 = K_R/K_i$

Aufgabe 7.11

$x_e = 1$ ⇒ Sprungantwort

PIT 1 - Verhalten, da geradliniger Anstieg

DGL $T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K_I \cdot (x_e + \frac{1}{T_I} \cdot \int x_e \, dt)$

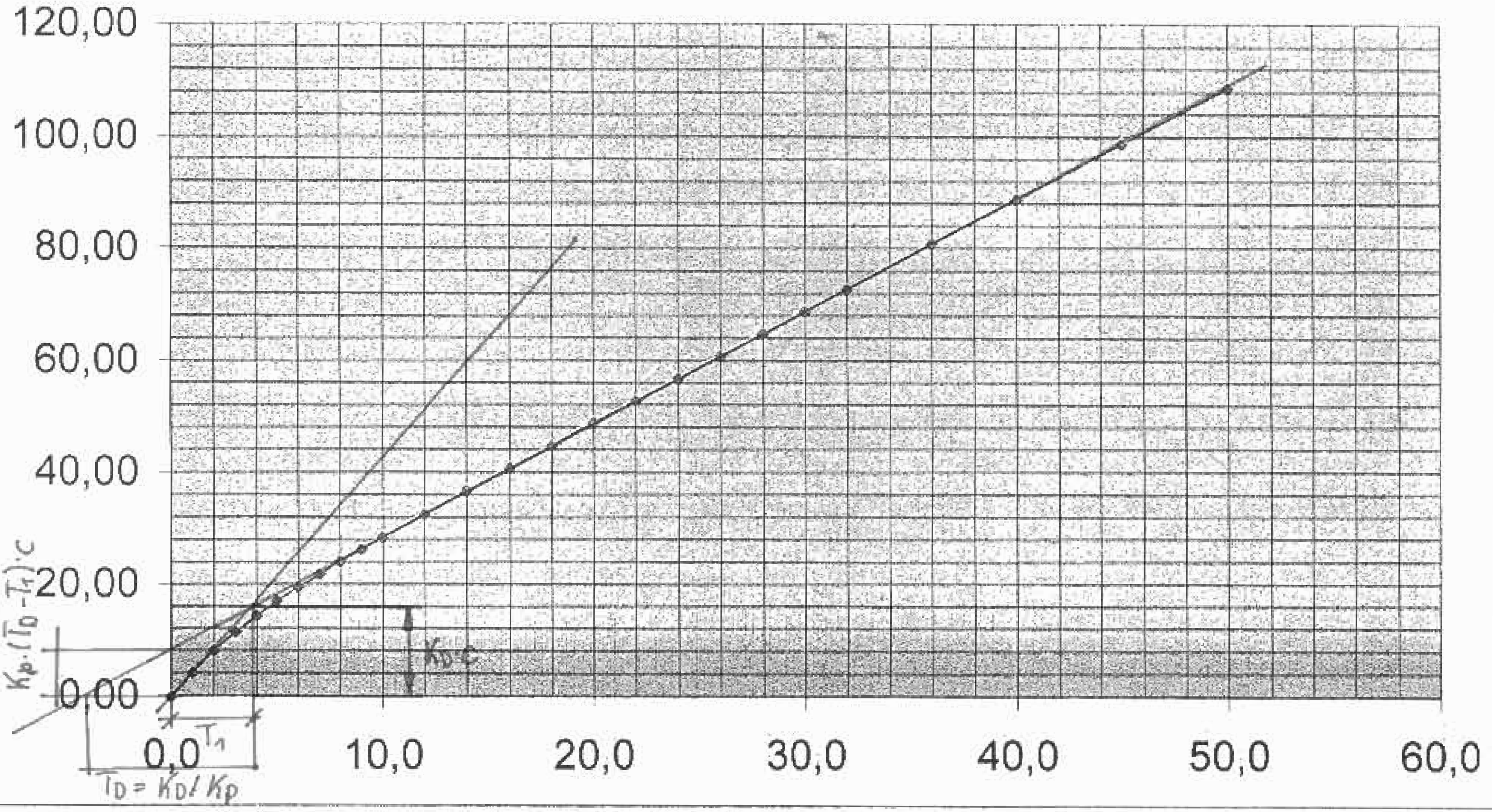
$T_1$ (abgelesen) $= 5s$

$K_P$ (abgelesen) $= 10$

$K_I T_1 = 2{,}56$ ⇒ $K_I = \frac{K_I T_1}{T_1} = \underline{0{,}512 \ s^{-1}}$

$T_I = \frac{K_P}{K_I} = \underline{19{,}53}$

## Aufgabe 7.12


120,00
100,00
80,00
60,00
40,00
20,00
0,00
0,0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
60,0
$K_p \cdot (T_D - T_1) \cdot c$
$K_D \cdot c$
$T_1$
$T_D = K_D / K_p$

Aufgabe 7.12)

PDT1 - Verhalten

S.52 DGL = $T_1 \dot{x}_a + x_a = K_1 (x_e + T_D \cdot \dot{x}_e)$

S.58 $x_a = x_{aPT1} + x_{aDT1}$

$T_1$ (abgelesen) = 3,8 s  laut Lösung 3s

$K_D \cdot c = 15,789$

$x_e = c \cdot t \qquad x_e = 1 \cdot s^{-1} \cdot t$

$c = \frac{1 \cdot t}{s \cdot t} \qquad c = 1 s^{-1}$

$\underline{K_D = 15,789\, s}$ laut Lösung 15 s

$K_P \cdot (T_D - T_1) \cdot c = 8,42$

$T_D = K_D / K_P$

$K_P \cdot \left(\frac{K_D}{K_P} - T_1\right) \cdot c = 8,42$

$(K_D - K_P T_1) \cdot c = 8,42$

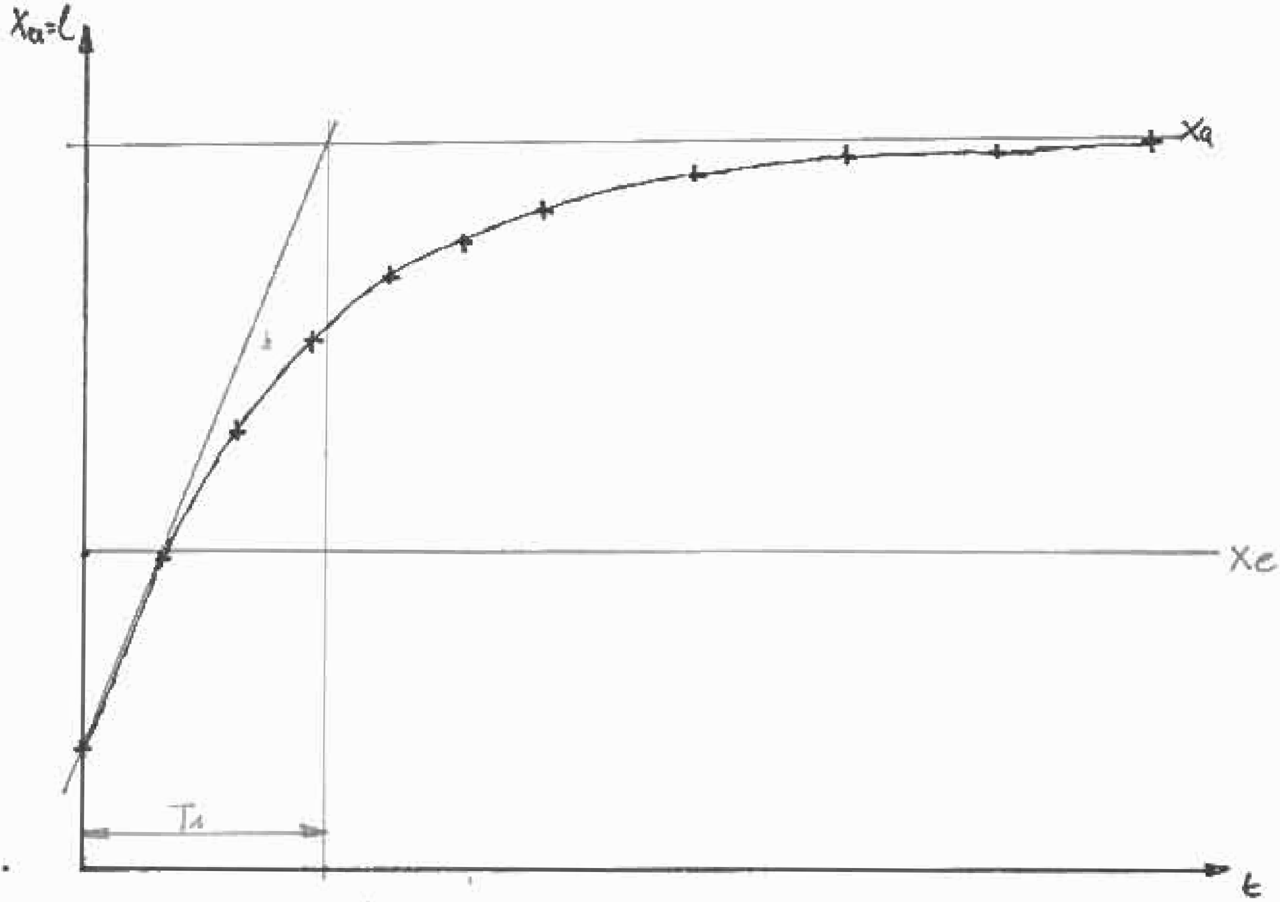
$\frac{K_D - \frac{8,42}{c}}{T_1} = K_P$

$\underline{K_P = 2,19}$ laut Lösung 2

$\underline{T_D = 0,1\overline{3}33}$

Aufgabe 7.13) Flüssigkeitsmanometer

| $t$/s | <0 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\vartheta$/°C | 20 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 | 420 |
| $l$/mm | 16 | 16 | 41 | 58 | 70 | 78 | 83 | 87 | 92 | 94 | 95 | 96 |




Sprungantwort

S.52 ⇒ PT1 - Verhalten

$$T_1 \dot{x}_a + x_a = K_1 \cdot x_e$$

$T_1$ (abgelesen) = 32 s

b) $T_1 \cdot \Delta \dot{l} + \Delta l = K \cdot \Delta \vartheta$

Kennwerte: $K = \frac{x_a(t)}{x_{e0}}$

~~$x_a$~~ von ~~$T_1$~~

Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{K}{1 + T_1 \cdot p}$$

! Funktion fängt nicht bei P(0,0) an ⇒

alle $x_{a,wahr} = x_a - x_{a,0} = x_a - 16$

alle $\vartheta_{,wahr} = \vartheta - \vartheta_{e0} = \vartheta - 20°C$

$$K = \frac{x_{a\infty}}{x_e} = \frac{(x_{a\infty} - 16)}{(\vartheta - 20°C)} = \underline{0{,}2}$$

S.58 $$x_a = K \cdot x_{e0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

$$\dot{x}_a = K x_{e0} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$t \to T_1 \Rightarrow \dot{x}_a = K \cdot x_{e0} \cdot \frac{1}{T_1}$$

DGL: $$T_1 \cdot \left(K \cdot x_{e0} \cdot \frac{1}{T_1}\right) + x_a = K \cdot x_e$$

$$\dot{x}_a = K \cdot x_{e0} \cdot \frac{1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{K \cdot x_{e0}}{\dot{x}_a}$$

$\dot{x}_a$ Bestimmung $= 2{,}5$

$\Rightarrow T_1 = 32°C$

sehr ungenau mit Anstieg

genauer

$$x_a = K \cdot x_{e0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

$$\frac{x_a}{K \cdot x_{e0}} = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$\ln\left(-\frac{x_a}{K \cdot x_{e0}} + 1\right) = \frac{t}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{-t}{\ln\left(-\frac{x_a}{K \cdot x_{e0}} + 1\right)}$$

mit: $x_a = 41 - 16 = 25\,mm$

$K = 0{,}2$

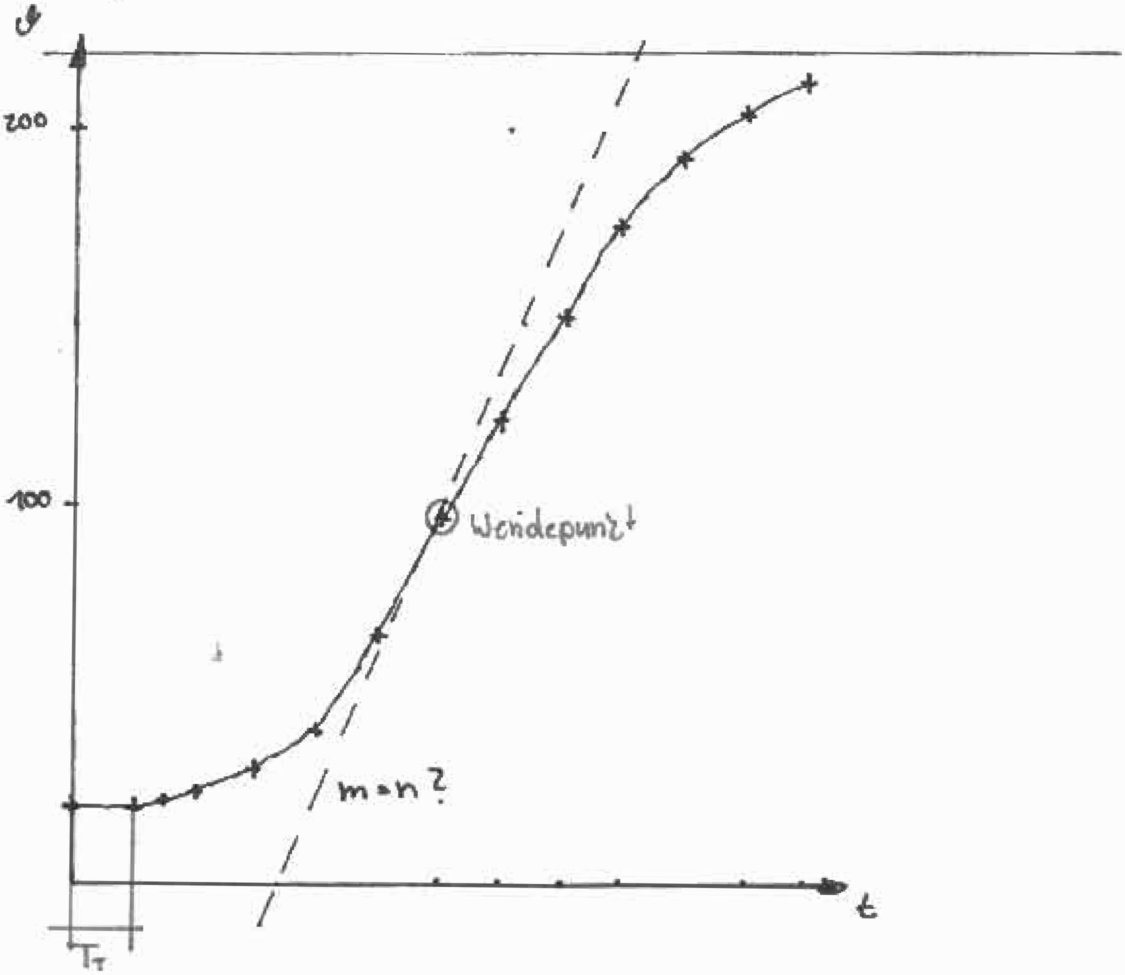
$x_{e0} = 400\,°C$

$t = 10\,s$

$$T_1 = \frac{-10\,s}{\ln\left(-\frac{25\,mm \cdot s}{0{,}2 \cdot 400\,°C} + 1\right)}$$

$$\underline{T_1 = 26{,}68\,°C}$$

Aufgabe 7.15)




$T_T$ = Totzeit = 8 min

$K = \frac{X_a}{X_e} = \frac{220 - 20}{100\,W} = \underline{\underline{2\,\frac{K}{W}}}$

$\frac{X_{aQ}}{X_{a\infty}}$ → Stud. Brief S. 31

$\frac{\vartheta_Q}{\vartheta_\infty} = \frac{(94-20)}{(220-20)} = 0{,}371 \Rightarrow n = 5$

$T_u$ = 21 min

$T_S$ = 51

$T_Q$ = 40 min = $T - T_T$

über n bestimmte Werte

$$\frac{T_u}{T_g} = 0{,}410$$

$$\frac{T_g}{T} = 5{,}119$$

$$\frac{T_u}{T} = 2{,}100$$

aus der Tabelle Seite 31

$$\frac{T_Q}{T} = 4 \Rightarrow T = \frac{T_Q}{4} = 10\,\text{min}$$

$$\frac{T_g}{T} = 5{,}119 \Rightarrow T_g = 51{,}119\,\text{min}$$

Aufgabe 8.1)

geg: Widerstandsthermometer mit PT1

$K_p = 0{,}3\ mA/K$

$T_1 = 2{,}5\ s$

a) ges: komplexe Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{K}{1 + T_1 \cdot p}$$

ersetzen fon $p = j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1(j\omega)}$$

$\Rightarrow$ Erweitern mit komplex konjugiertem Nenner

$$G(j\omega) = \frac{K(1 - T_1(j\omega))}{(1 + T_1\underbrace{(j\omega)) \cdot (1 - T_1}_{\text{3. Binomische Formel}}(j\omega))}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + (T_1 j\omega)^2}\,(1 - T_1(j\omega))$$

! aus $1 - (T_1 j\omega)^2$ wird durch auflösen der Klammer (Quadrat) aus $j^2 \rightarrow -1$

$$\Rightarrow (1 - (-1 T_1^2 \omega^2)) = 1 + (T\omega)^2$$

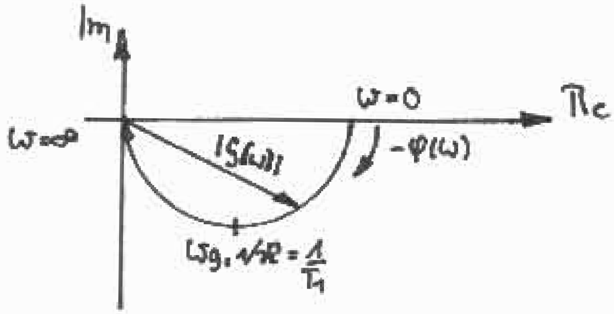
$$\Rightarrow G(j\omega) = \frac{K}{1 + (T_1\omega)^2}\,(1 - T_1 j\omega)$$

Trennung in Real- und Imaginärteil

$$Re(G) = \frac{K}{1 + (T_1\omega)^2} \qquad Im(G) = -\frac{K T_1 \omega}{1 + (T_1\omega)^2}$$

b) geo: Ortskurve

↗ Studienanleitung S. 46




$$|G(\omega)| = \sqrt{Re(\omega)^2 + Im(\omega)^2}$$

$$G(\omega) \hat{=} \frac{0{,}3\,mA}{1 + 6{,}25\,s^2 \cdot \omega^2 \cdot K} \cdot (1 - T_1(j\omega))$$

c) Amplitudenkennlinie

$$|G(\omega)| = \sqrt{\left(\frac{K_P}{1+T_1^2\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{K_P\ (T_1\omega)}{1+T_1^2\omega^2}\right)^2}$$

$$= \frac{K_P^2}{(1+T_1^2\omega^2)^2} + \frac{K_P^2 (T_1\omega)^2}{(1+T_1^2\omega^2)^2}$$

↗ $K_P$ ausklammern

$$= K_P^2 \frac{\cancel{(1+T_1^2\omega^2)}}{(1+T_1^2\omega^2)^{\cancel{2}}}$$

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{K_P^2}{(1+T_1^2\omega^2)}} \qquad \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = |G(\omega)| \rightarrow \hat{x}_a = |G(\omega)| \cdot \hat{x}_e$$

$$\hat{x}_e = 5\,K$$

! $K_P = 5 \cdot K$ aus Aufgabenstellung

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{(5 \cdot 0{,}3)^2}{(1 + 2{,}5^2 \cdot 0{,}4^2)}} = \underline{\underline{1{,}06\ mA}}$$

d) Phasenkennlinie

$$\varphi = \arctan \frac{Im}{Re} = -\frac{\cancel{K} \cdot T_1 \omega \;\; \cancel{(1+(T_1\omega)^2)}}{\cancel{(1+(T_1\omega)^2)} \; \cancel{K}}$$

$$\varphi = \arctan(-T_1 \omega)$$

$$\omega = 0{,}4 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = \arctan(-2{,}5 \cdot 0{,}4 \text{ rad/s})$$

$$\underline{\underline{\varphi = -45°}}$$

e) Grenzfrequenz

$$\omega_g \; 1/T_2 \Rightarrow \frac{1}{T_1} \qquad \omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}4}{2 \cdot \pi} = \underline{\underline{0{,}0636 \text{ Hz}}}$$

Aufgabe 8.3)

ges: PT2 - Verhalten

$K_p = 1$

$T_1 = 1s$

$T_2^2 = 1s^2$

a) ges: komplexe Übertragungsfunktion

↗ S.52 $G(p) = \frac{K}{1 + T_1 \cdot p + T_2^2 p^2}$

$G(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1(j\omega) + T_2^2(j\omega)^2}$

↗ erweitern mit komplex konjugiertem Nenner

$$G(j\omega) = \frac{K \cdot (1 - T_1(j\omega) - T_2^2(j\omega)^2)}{(1 + T_1(j\omega) + T_2^2(j\omega)^2) \cdot (1 - T_1(j\omega) - T_2^2(j\omega)^2)}$$

Zähler: $K - KT_1 j\omega + KT_2^2\omega^2$

Nenner: $= 1 - T_1 j\omega + T_2^2\omega^2 + T_1 j\omega + T_1 T_2^2 \omega^3 j + T_1^2\omega^2 + T_2^4\omega^4$
$+ T_2^2\omega^2 + T_2 T_1 \omega^3 j$

$= 1 + T_2\omega^2 + T_1 T_2^2 \omega^3 j + T_1^2\omega^2 - T_2^4\omega^4 - T_2^2\omega^2 + T_2 T_1 \omega^3 j$

$= 1 + T_2\omega^2 - T_2^4\omega^4 + T_1 T_2^2\omega^3 j + T_1 T_2^2 \omega^3 j$

↗ S. 48 ...

$Re(G) = \frac{K - K\omega^2 T_2^2}{(1 - (\omega \cdot T_2)^2)^2 + (\omega T_1)^2}$ $Im(G) = -\frac{K\omega T_1}{(1 - (\omega T_2)^2)^2 + (\omega T_1)^2}$

Amplitudenkennlinie → Übertragungsfunktion

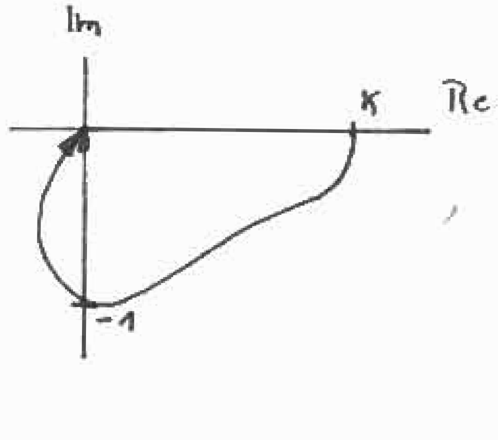
$$|G(\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2}$$

$$\frac{K^2 \cancel{(1-(\omega^2 T_2^2))^2} + (\omega T_1)^2}{((1-(\omega^2 T_2^2))^2 + (\omega^2 T_1^2))^2}$$

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{K^2}{(1-(\omega^2 \cdot T_2^2))^2 + (\omega^2 T_1^2)}} \qquad = K = 1$$

Ortskurve

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega$ | $= 0$ | $= 1/T_1$ | $\cancel{= 1/T_2}$ | $= \infty$ |
| Re | K | 0 | | 0 |
| Im | 0 | -1 | | 0 |



Frequenzkennlinie


$\omega = 0 \rightarrow g = 1$

$\omega = \frac{1}{T_1} \rightarrow g = 1$ ?

$\omega = \infty \rightarrow g = 0$

Phasenkennlinie

$\varphi = \arctan \frac{Im}{Re}$

$\varphi = \arctan - \frac{\cancel{K}(1-\omega^2 T_2^2)}{\cancel{K}\omega T_1}$

$\varphi = \arctan - \frac{1-\omega^2 T_2^2}{\omega - T_1}$

$\varphi(\omega=0) = 45°$

$\varphi(\omega=1/T_1) =$

zu 8.3) PT2 - Verhalten

$$g(p) = \frac{K}{1 + T_1 \cdot p + T_2^2 \cdot p^2}$$

$$g(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1 j\omega + T_2^2 \cdot (j^2 \omega^2)}$$

! vor Erweiterung $j^2$ auflösen

$$g(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1 j\omega - T_2^2 \omega^2}$$

↗ zusammenfassen der nich „j"-Glieder

$$g(j\omega) = \frac{K}{(1 - T_2^2 \omega^2) + T_1 j\omega}$$

↗ komplex konjugierte Erweiterung

$$g(j\omega) = \frac{K}{(1 - T_2^2 \omega^2) + T_1 j\omega} \cdot \frac{((1 - T_2^2 \omega^2) - T_1 j\omega}{((1 - T_2^2 \omega^2) - T_1 j\omega}$$

$$\text{Nenner:} = 1 - T_2^2 \omega^2 - \cancel{T_1 j\omega} + T_2^4 \omega^4 - T_2^2 \omega^2 + \cancel{T_1 T_2^2 j \omega^3} + \cancel{T_1 j\omega}$$
$$+ \cancel{T_2^2 T_1 j \omega^3} - T_1^2 j^2 \omega^2$$
$$= 1 - 2T_2^2 \omega^2 + T_2^4 \omega^4 + T_1^2 \omega^2$$
$$= (1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2$$

$$g(j\omega) = \frac{K - K T_2^2 \omega^2 - K T_1 j\omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}$$

$$Re(G) = \frac{K - K T_2^2 \omega^2}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2} \qquad Im(G) = -j \frac{K T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}$$

Aufgabe 8.5)

1. Maschensatz $u_c + u_a = u_e$

2. Knotenpunktsatz $i_c = i_R = C \cdot \dot{u}_c = \frac{u_a}{R}$

$$\dot{u}_c = \frac{1}{RC} \cdot u_a$$

$$u_c = \frac{1}{RC} \cdot \int u_a \, dt$$

$$\frac{1}{RC} \int u_a \, dt + u_a = u_e \Rightarrow \frac{1}{RC} \cdot u_a + \dot{u}_a = \dot{u}_e$$

$u_a + R \cdot C \dot{u}_a = R \cdot C \dot{u}_e$ DT1 - Verhalten

$$g(p) = \frac{K_D \cdot p}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$g(j\omega) = \frac{K_D \cdot j\omega}{1 + T_1 j\omega}$$

$$g(j\omega) = \frac{K_D \cdot j\omega \cdot (1 - T_1 j\omega)}{(1 + T_1 j\omega)(1 - T_1 j\omega)}$$

$$g(j\omega) = \frac{K_D j\omega - K_D j^2 \omega^2 T_1}{(1 - T_1^2 j^2 \omega^2)}$$

$$g(j\omega) = \frac{K_D \omega^2 T_1 + K_D j\omega}{(1 + T_1^2 \omega^2)}$$

$$Re(g) = \frac{K_D \omega^2 T_1}{(1 + T_1^2 \omega^2)} \qquad Im(g) = \frac{K_D \omega}{(1 + T_1^2 \omega^2)}$$

$$|g(\omega)| = \sqrt{\frac{K_D^2(\omega^2 + \omega^4 T_1^2)}{(1+T_1^2\omega^2)^2}}$$

mit $K_D = R \cdot C$ und $T_1 = R \cdot C$

$$= \sqrt{\frac{R^2C^2(\omega^2 + \omega^4 R^2C^2)}{(1+R^2C^2\cdot\omega^2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{R^2C^2\omega^2(1 + R^2C^2\omega^2)}{(1+R^2C^2\omega^2)^2}}$$

$$|g(\omega)| = \sqrt{\frac{R^2C^2\omega^2}{(1+R^2C^2\omega^2)}}$$

$f = 2\,Hz \;\; ; \;\; \omega = 2\pi f = \underline{12{,}566\ Hz}$

Amplitude $\frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = |g(\omega)|$

$\hat{x}_a = |g(\omega)| \cdot \hat{x}_e$ mit $\hat{x}_a = \hat{u}_a$ und $\hat{x}_e = \hat{u}_e$

$$\hat{u}_a = \sqrt{\frac{(50\,000\,\Omega)^2 \cdot (2\,\mu F)^2 \cdot (12{,}566\,s^{-1})^2}{(1+(50000\,\Omega)^2\cdot(2\,\mu F)^2\cdot(12{,}566\,s^{-1})^2)}}$$

! Fehler bei Umstellung !

$\underline{\underline{\hat{u}_a = 0{,}7824\ V}}$

$$\varphi = \arctan \frac{Im}{Re}$$

$$= \arctan \frac{\cancel{K_D}\cdot\omega}{\cancel{K_D}\cdot\omega^2\cdot T_1} = \arctan\frac{1}{\omega\cdot T_1}$$

$\underline{\underline{\varphi = 38{,}5^\circ}}$

Aufgabe 8.7)

ges: PT1- Verhalten

harmonische Schwingung $f = 2{,}5\,Hz$

a) ges: Grenzfrequenz $f_g$, damit Amplitudenfehler $\pm 10\%$

$$G(p) = \frac{K}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1 (j\omega)}$$

$$G(j\omega) = \frac{K(1 - T_1 j\omega)}{(1 + T_1 j\omega)(1 - T_1 j\omega)}$$

$$= \frac{K(1 - T_1 j\omega)}{(1 - T_1^2 j^2 \omega^2)}$$

$$Re(G) = \frac{K}{(1 + T_1^2\omega^2)} \qquad Im(G) = -j\frac{K T_1 \omega}{(1 + T_1^2\omega^2)}$$

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{K^2}{(1 + T_1^2\omega^2)^2} + \frac{K^2 T_1^2 \omega^2}{(1 + T_1^2\omega^2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{K^2(1 + T_1^2\omega^2)}{(1 + T_1^2\omega^2)^2}}$$

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{K^2}{(1 + T_1^2\omega^2)}} \qquad \text{mit } \omega_g = \frac{1}{T_1} \;\&\; T_1 = \frac{1}{\omega_g}$$

$$|G(\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right)}}$$

$|G(\omega)| = \pm 10\% = 0{,}9 \cdot K$

$$(0{,}9 \cdot K)^2 = \frac{K^2}{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_g^2}\right)}$$

$$\omega_g = \sqrt{\frac{\omega^2}{\frac{K^2}{0{,}9^2 K^2} - 1}} = \sqrt{\frac{\omega^2}{\frac{1}{0{,}9^2} - 1}}$$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \underline{15{,}7 \cdot s^{-1}}$

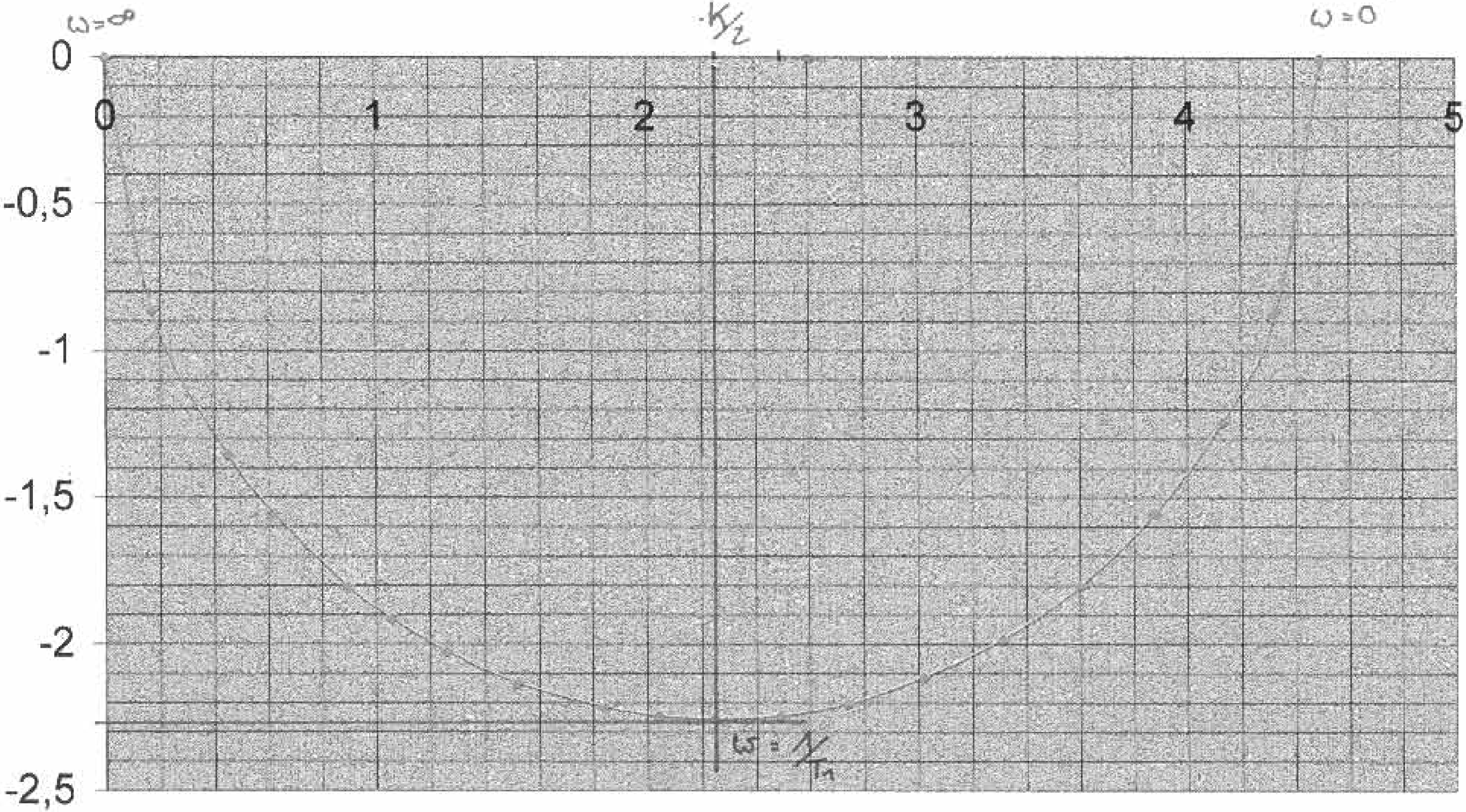
$$\omega_g = \sqrt{\frac{(15{,}7\, s^{-1})^2}{\frac{1}{0{,}9^2} - 1}}$$

$\omega_g = 32{,}43\, s^{-1} \quad \underline{\underline{f = 5{,}16\ Hz}}$

b) $\omega = \frac{3}{T_E}$ mit $\omega = \omega_g$

$T_E = \frac{3}{\omega_g} = \underline{\underline{0{,}09\, s}}$

# Aufgabe 8.8



Aufgabe 8.8)

S.59 Studienanleitung ↗ PT1-Verhalten

$$G(p) = \frac{K}{1+T_1\cdot p}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1+T_1\cdot j\omega}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1+T_1 j\omega}\,\frac{(1-T_1 j\omega)}{(1-T_1 j\omega)}$$

$$G(j\omega) = \frac{K-K_1 T j\omega}{1-T_1^2 j^2\omega^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{K-K_1 T_1 j\omega}{1+T_1^2\omega^2}$$

$$R(G) = \frac{K}{1+T_1^2\omega^2} \qquad Im(R) = -j\,\frac{K_1 T_1\omega}{1+T_1^2\omega^2}$$

Amplitudenkennlinie

$$|G(\omega)| = \sqrt{Re^2+Im^2}$$

$$= \sqrt{\frac{K^2}{(1+T_1^2\omega^2)^2}+\frac{K^2T_1^2\omega^2}{(1+T_1^2\omega^2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{K^2(\cancel{1+T_1^2\omega^2})}{(1+T_1^2\omega^2)^{\cancel{2}}}}$$

$$|G(\omega)| = \sqrt{\frac{K^2}{(1+T_1^2\omega^2)}}$$

$$|g(\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e}$$

$$\hat{x}_a = |g(\omega)| \cdot \hat{x}_e$$

Betrachtung Amplitudenkennlinie
für $\omega = 0, \frac{1}{T_1}$ und $\infty$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\omega$ | 0 | $1/T_1$ | $\infty$ |
| Re | K | K/2 | 0 |
| Im | 0 | K/2 | 0 |

wenn $\omega = \frac{1}{T_1}$, dann $Re = \frac{K}{1 + T_1^2 \frac{1}{T_1^2}}$ mit K von $R(\omega=0) = 2{,}25$

wenn $\omega = 0$, dann $R = K$ $Re = 4{,}5$

$\Rightarrow \underline{K = 4{,}5}$

für $T_1$ 2 Möglichkeiten:

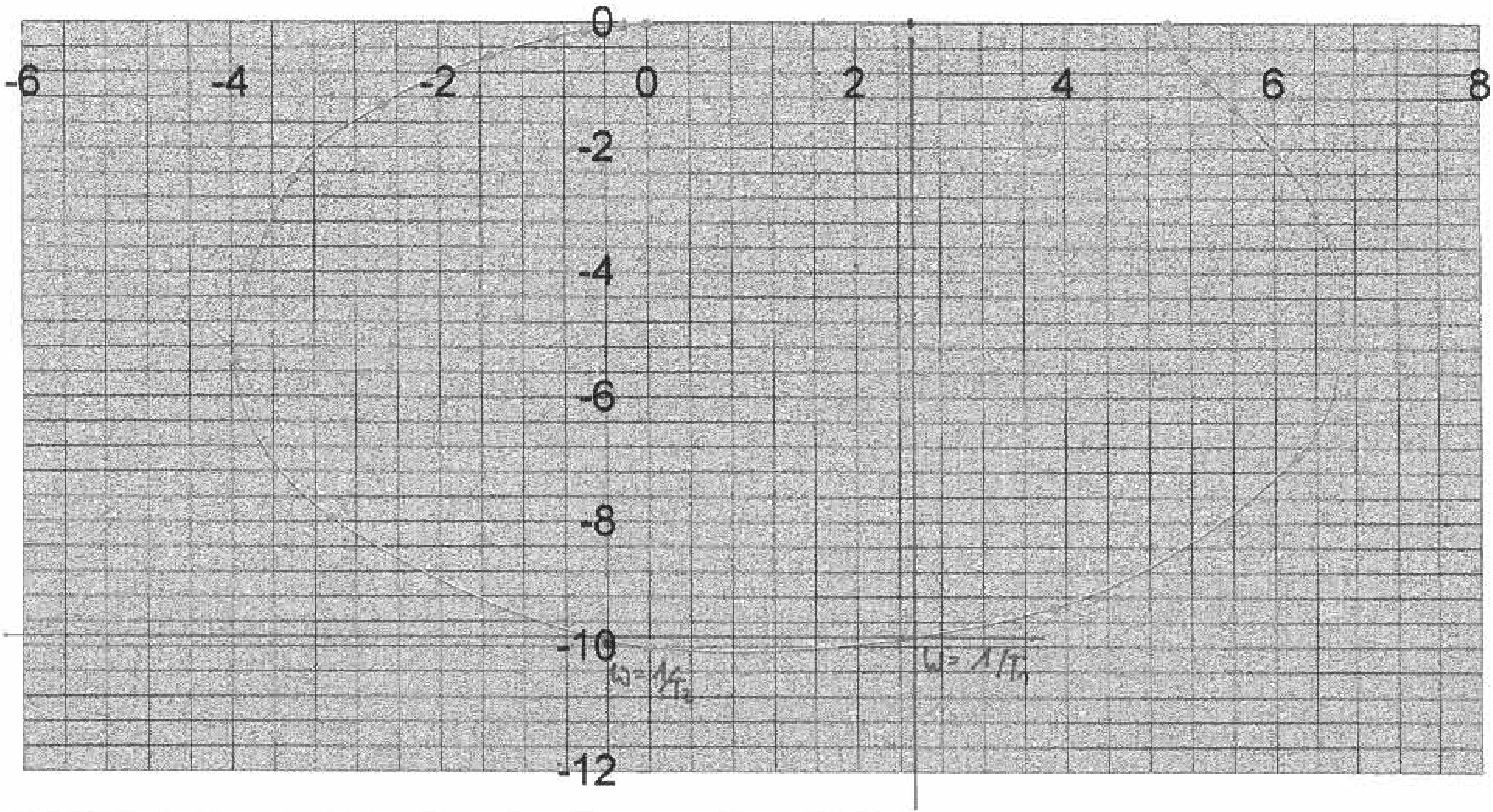
1) Realteil nehmen, nach $T_1$ umstellen, Werte aus Tabelle einsetzen

2) über Immaginärteil

$$Im = - \frac{K T_1 \omega}{1 + T_1^2 \frac{1}{T_1^2}} \qquad Im = -2{,}5 \qquad T_1 = 2s \rightarrow \text{durch ablesen an } \omega = \frac{1}{T_1}$$

$$\omega = 0{,}5 \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\omega}$$

## Aufgabe 8.9



Aufgabe 8.9)

↗ PT2 - Verhalten

$$g(p) = \frac{K}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}$$

$$g(j\omega) = \frac{K}{1 + T_1 j\omega + T_2^2 j^2 \omega^2}$$

$$= \frac{K}{1 + T_1 j\omega - T_2^2 \omega^2}$$

$$= \frac{K}{1 - T_2^2\omega^2 + T_1 j\omega} \cdot \frac{(1 - T_2^2\omega^2 - T_1 j\omega)}{(1 - T_2^2\omega^2 - T_1 j\omega)}$$

Nenner:

$$(1 - T_2^2\omega^2 + T_1 j\omega)(1 - T_2^2\omega^2 - T_1 j\omega)$$

$$= 1 - T_2^2\omega^2 - \cancel{T_1 j\omega} + T_2^4\omega^4 - T_2^2\omega^2 + \cancel{T_2^2 T_1 j\omega^3} + \cancel{T_1 j\omega} - \cancel{T_2^2 T_1 j\omega^3} - T_1^2 j^2 \omega^2$$

$$= 1 - 2T_2^2\omega^2 + T_2^4\omega^4 + T_1^2\omega^2$$

$$= (1 - T_2^2\omega^2)^2 + T_1^2\omega^2$$

Zähler:

$$= \frac{K(1 - T_2^2\omega^2) - K(T_1 j\omega)}{(1 - T_2^2\omega^2)^2 + T_1^2\omega^2}$$

$$Re(g) = \frac{K(1 - T_2^2\omega^2)}{(1 - T_2^2\omega^2)^2 + T_1^2\omega^2} \qquad Im(g) = -j\,\frac{K(T_1\omega)}{(1 - T_2^2\omega^2)^2 + T_1^2\omega^2}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega$ | $0$ | $1/T_1$ | $1/T_2$ | $\infty$ |
| $\mathrm{Re}$ | $0K$ | | | |
| $\mathrm{Im}$ | $0$ | | | |

$$\omega = \frac{1}{T_1} \Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{K(1 - T_2^2\, 1/T_1^2)}{(1 - T_2^2\, 1/T_1^2) + 1}$$

$$\omega = \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{\omega} \qquad \omega \text{ bei } \mathrm{Re}(G) \Rightarrow 0 = \underline{2s}$$

$$\mathrm{Im}(G) = K_p \cdot \frac{T_2}{T_1} \nearrow \text{S. } 59$$

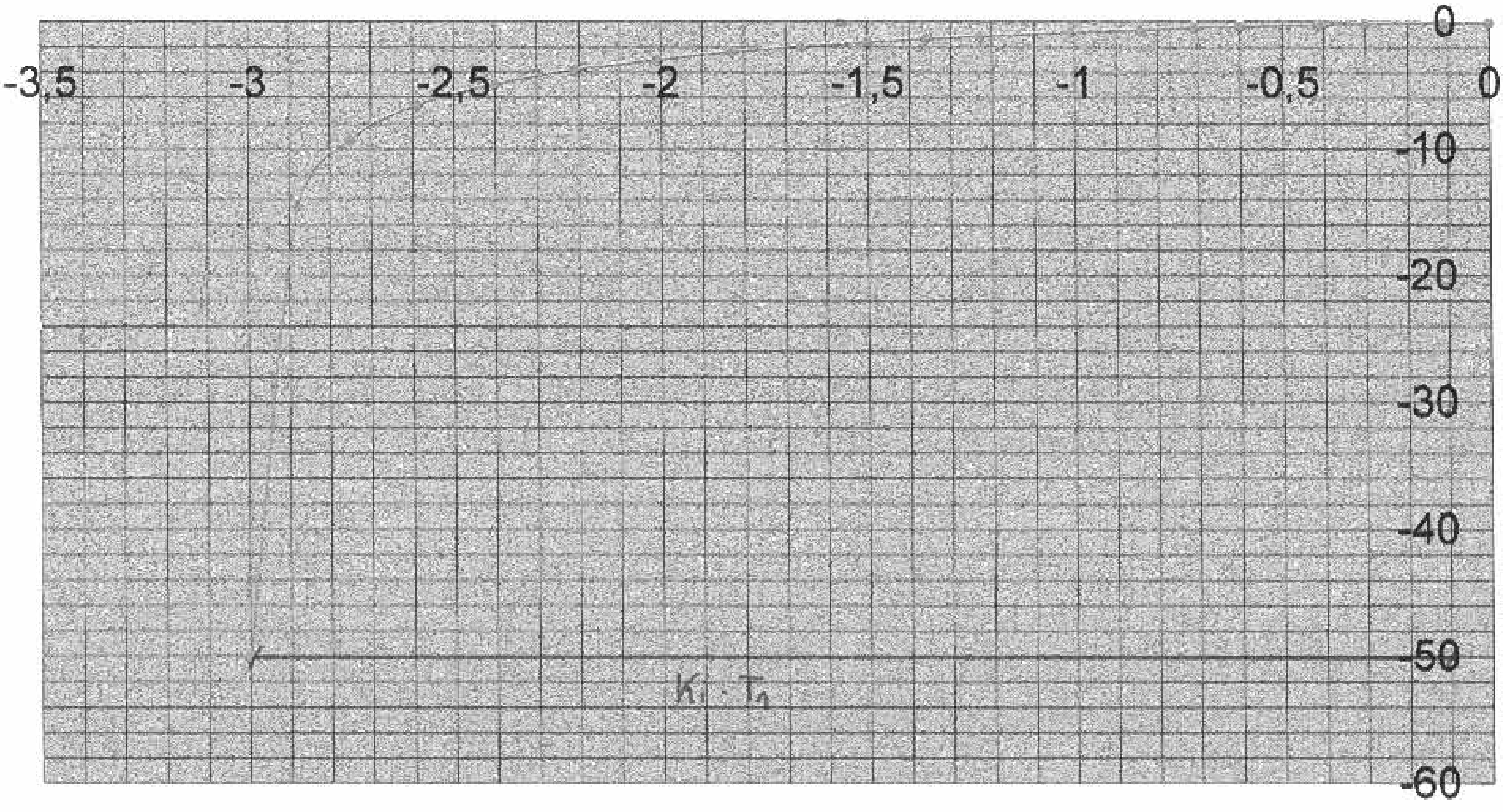
$$K_p \quad \mathrm{Im}(G) \Rightarrow 0 \quad = \underline{5{,}0}$$

$$\mathrm{Im}(G) = -10{,}0$$

$$-10{,}0 = +5{,}0 \cdot \frac{2s}{T_1}$$

$$\underline{|T_1| = +1s}$$

Aufgabe 8.10



Aufgabe 8.10

Studienanleitung S. 59 ↗ IT1

$$G(p) = \frac{K_i}{p\cdot(1+T_1\cdot p)}$$

$$G(j\omega) = \frac{K_i}{p + T_1\cdot p^2}$$

$$= \frac{K_i}{T_1\cdot j^2\omega^2 + \cancel{p}\,j\omega}$$

$$= \frac{K_i}{-T_1\omega^2 + j\omega}$$

$$G(j\omega) = \frac{K_i}{-T_1\omega^2 + j\omega} \cdot \frac{(-T_1\omega^2 - j\omega)}{(-T_1\omega^2 - j\omega)}$$

Nenner: $(-T_1\omega^2 + j\omega)(-T_1\omega^2 - j\omega)$

$$= +T_1^2\omega^4 + T_1 j\omega^3 - T_1 j\omega^3 - j^2\omega^2$$

$$= T_1^2\omega^4 + \omega^2$$

Zähler: $-K_i T_1\omega^2 - K j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{-K_i T_1\omega^2 - K j\omega}{\cancel{-K_i}\, T_1^2\omega^4 + \omega^2}$$

$$Re(G) = -\frac{K_i T_1 \cancel{\omega^2}}{\cancel{\omega^2}(T_1^2\omega^2 + 1)} = -\frac{K_i T_1}{(1 + T_1^2\omega^2)}$$

$$Im(G) = -j \frac{K\omega}{\omega^2(1+T_1^2\omega^2)} = -\frac{K}{\omega(1+T_1^2\omega^2)}$$

Kennwerte: $Re(G)_{(Im=0)} = K_i \cdot T_1 = -3$

$\omega = \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{K_i \cdot T_1}{2}$

$T_1 = \sqrt{\frac{2}{K_i}} \qquad \frac{K_i \cdot T_1}{2} = Im(G)$

$\frac{-3}{2} = -1{,}5$

↗ in gegebene Tabelle

Bei $Im(G) = -1{,}5$ ist $\omega = 0{,}5$

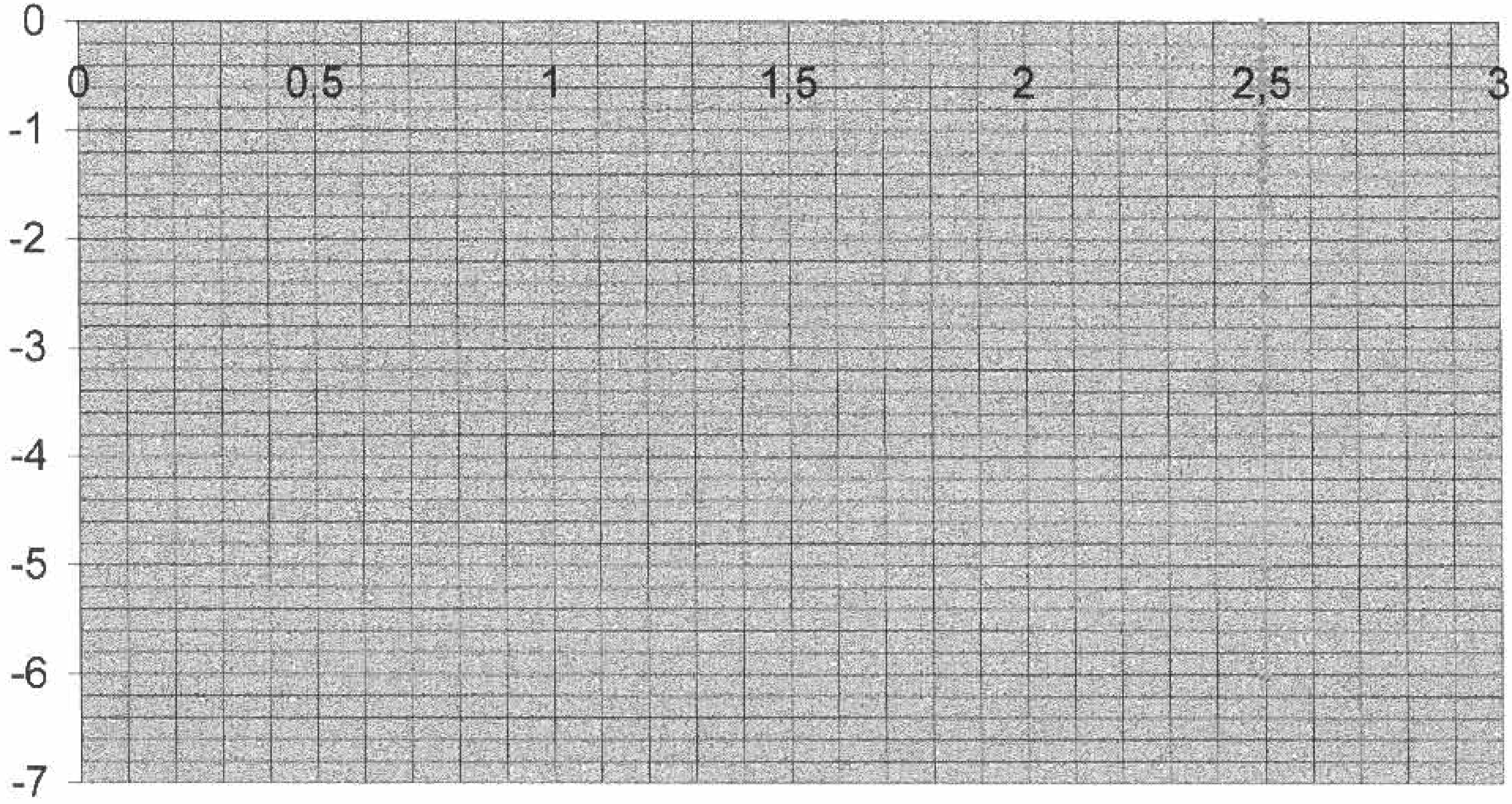
$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{\omega} = \underline{2s}$

$Im(G) \to -1{,}5 = \frac{K_i \cdot T_1}{2}$

oder $Re(G) \to -3 = K_i \cdot T_1$

$\underline{\Rightarrow |K_i| = 1{,}5\, s^{-1}}$

Aufgabe 8.11



Aufgabe 8.11)

Studienanleitung S. 59 ↗ PI0 - Verhalten

$$G(p) = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_1 \cdot p}\right)$$

$$G(p) = K + \frac{K}{T_1 \cdot p}$$

! Rechenregel $K_I = \frac{K}{T_1}$ !

$$G(p) = K + \frac{K_I}{p}$$

$$G(j\omega) = K + \frac{K_I}{j\omega}$$

$$G(j\omega) = K\frac{(-j\omega)}{(-j\omega)} + \frac{K_I}{j\omega} \cdot \frac{(-j\omega)}{(-j\omega)}$$

$$= + \frac{Kj\omega}{j\omega} + \frac{(-K_I j\omega)}{-j^2\omega^2}$$

$$= + \frac{K\cancel{j\omega}}{\cancel{j\omega}} - \frac{K_I \cancel{\omega} j}{\omega^{\cancel{2}}}$$

$$Re(G) = K \qquad Im(G) = -\frac{K_I}{\omega}$$

$K_P - K_I \cdot T_1 = 2{,}5 \qquad Re(G) = \underline{2{,}5 = K_P}$

$Im(G)$ irgend ein Wert $= -5$ ↕ $\omega = 0{,}1\,s^{-1}$

↕ $Im(G) = -5 = -\frac{K_I}{\omega} \qquad \underline{K_I = 0{,}5\,s^{-1}}$

Aufgabe 8.12)

PIT 1 Verhalten

$$G(p) = \frac{K \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{T_1 \cdot p}\right)\right)}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K + \frac{K}{T_1 \cdot p}}{1 + T_1 \cdot p} \quad \text{mit} \quad \frac{K}{T_1} = K_i$$

$$= \frac{K_P}{1 + T_1 \cdot p} + \frac{\frac{K_i}{p}}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K_P}{1 + T_1 \cdot p} + \frac{K_i}{p(1 + T_1 \cdot p)} \quad \Big| \text{ mit } p \text{ erweitern}$$

$$= \frac{K_P \cdot p + K_i}{p(1 + T_1 \cdot p)}$$

$$= \frac{K_P \cdot p + K_i}{p + T_1 \cdot p^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{K_P \cdot j\omega + K_i}{j\omega + T_1 \cdot j^2 \omega^2} = \frac{K_P \cdot j\omega + K_i}{-T_1 \omega^2 + j\omega}$$

$$= \frac{K_P j\omega(-T_1\omega^2 - j\omega) + K_i(-T_1\omega^2 - j\omega)}{(j\omega + T_1\omega^2)(-T_1\omega^2 - j\omega)}$$

$$= \frac{-K_P \cdot T_1 \cdot \omega^3 \cdot j - K_P j^2 \omega^2 + K_i T_1 \omega^2 - K_j \omega}{-T_1\omega^3 j - j^2\omega^2 + T_1^2 \omega^4 + j^{?} \omega^{?} T_1}$$

$$= \frac{K_P \cdot T_1 \cdot \omega^3 \cdot j - K_i j\omega + K_P\omega^2 - K_i T_1 \omega^2}{+\omega^2 \cancel{- 2T_1\omega^3 j} + T_1^2\omega^4}$$

$$= \frac{K_P\omega^2 - K_i T_1 \omega^2}{\omega^2 + T_1^2\omega^4} + \frac{K_P \cdot T_1\omega^3 \cdot j - K_i j\omega}{\omega^2 + T_1^2\omega^4}$$

$$= \frac{(K_P - K_i T_1)\cancel{\omega^2}}{(1 + T_1^2\omega^2)\cancel{\omega^2}} + \left(-j \; \frac{K_P T_1 \omega^2 + K_i\omega}{(1 + T_1^2\omega^2)\omega^2}\right)$$

$$= \frac{K_P - K_i T_1}{(1 + T_1^2\omega^2)} - \frac{K_P T_1 + \frac{K_i}{\omega}}{(1 + T_1^2\omega^2)}$$

$$Re(G) = \frac{K_P - K_i T_1}{(1 + T_1^2\omega^2)} \qquad Im(G) = -\frac{K_P T_1 + \frac{K_i}{\omega}}{(1 + T_1^2\omega^2)}$$

Kennwerte: $\omega = \frac{1}{T_1}$

$$(K_P + K_i \cdot T_1)/2 = -3$$

$$\Uparrow \quad \omega = 0{,}5\, s^{-1} \quad \Uparrow \quad T_1 = 2s$$

$$|-3| = \frac{(K_P + K_i \cdot T_1)}{2}$$

$$K_i = \frac{+6 - K_P}{T_1}$$

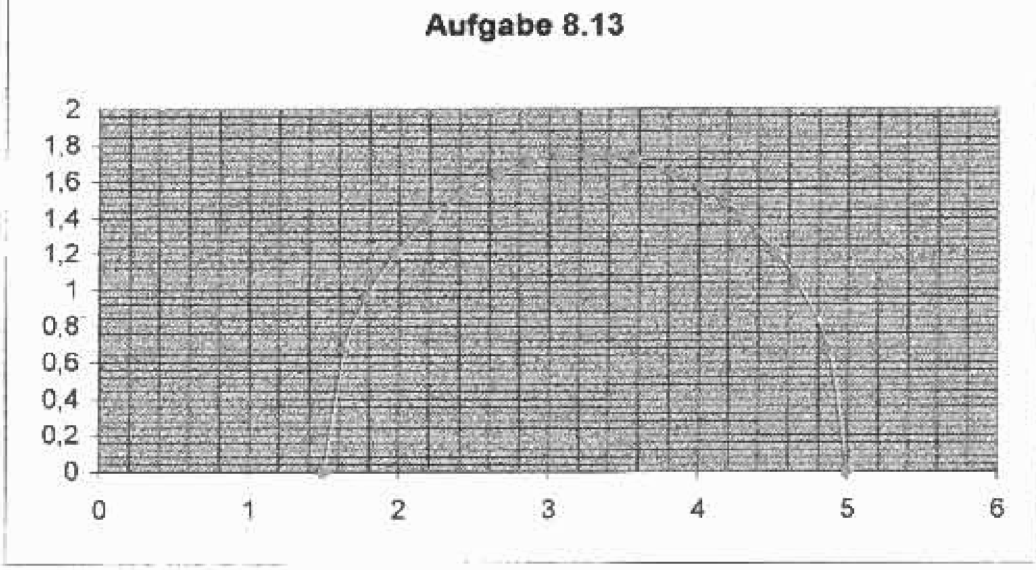
$$Re(G)_{(\omega = 0{,}5)} = 1 \qquad 1 = \frac{K_P - \left(\frac{+6 - K_P}{T_1} \cdot T_1\right)}{(1 + T_1^2\omega^2)}$$

$$(1 + T_1^2 \omega^2) = K_p - 6 + K_p$$

$$K_p = \underline{4\,s^{-1}}$$

$$-3 = \frac{K_p + K_i T_1}{2}$$

$$|K_i| = \underline{1\,s^{-1}}$$


Aufgabe 8.13
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
1
2
3
4
5
6

Aufgabe 8.13)

PD1 - Verhalten

$K_P = 1{,}5$

$\omega = \frac{1}{T_1}$ $\quad \omega = 0{,}5\,s^{-1} \Rightarrow T_1 = 2s$

$K_D / T_1 = 5 \Rightarrow K_D = \cancel{2{,}5}\ 10s$

$$G(p) = \frac{K \cdot (1 + T_D \cdot p)}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K + K \cdot T_D \cdot p}{1 + T_1 \cdot p} \quad \text{mit} \quad K_D = K \cdot T_D$$

$$= \frac{K + K_D \cdot p}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$G(j\omega) = \frac{K + K_D \cdot j\omega}{1 + T_1 \cdot j\omega}$$

$$= \frac{K(1 - T_1 j\omega) + K_D j\omega (1 - T_1 j\omega)}{(1 + T_1 j\omega)(1 - T_1 j\omega)}$$

$$= \frac{K - K T_1 j\omega + K_D j\omega - K_D T_1 j^2 \omega^2}{1 - T_1^2 j^2 \omega^2}$$

$$= \frac{K - K T_1 j\omega + K_D j\omega + K_D T_1 \omega^2}{1 + T_1^2 \omega^2}$$

$$Re = \frac{K + K_D j\omega}{1 + T_1^2\omega^2} \qquad Im(G) = -\frac{K T_1 \omega + K_D \omega}{1 + T_1^2 \omega^2}$$

## Aufgabe 8.14

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega \cdot s$ | $\approx 0$ | 0,25 | 0,5 | 1,0 |
| $\lvert x_a \rvert$ / mm | 4,0 | 4,5 | 5,7 | 8,9 |
| $\varphi$ / ° | 0 | 26,6 | 45,0 | 63,4 |
| $\tan\varphi$ | 0 | 0,5 | 1,0 | 2,0 |

$$\lvert x_e \rvert = 25 \text{ kPa}$$

$$\lvert G(\omega) \rvert = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \sqrt{Re^2 + Im^2}$$

- $$\tan\varphi = \frac{Im(G)}{Re(G)}$$

$$Im(G) = \tan\varphi \cdot Re(G)$$

$$\frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \sqrt{Re_G^2 + (\tan^2\varphi \cdot Re^2(G))}$$

$$\left| \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \right|^2 = Re^2 (1 + \tan^2\varphi)$$

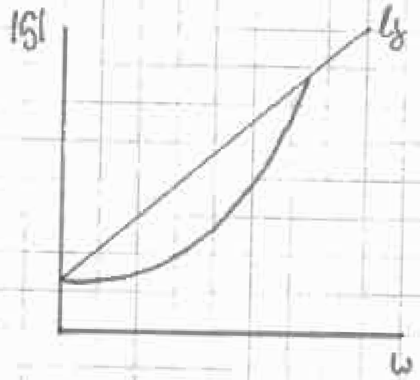
$$Re = \sqrt{\frac{\hat{x}_a^2}{\hat{x}_e^2 (1 + \tan^2\varphi)}}$$

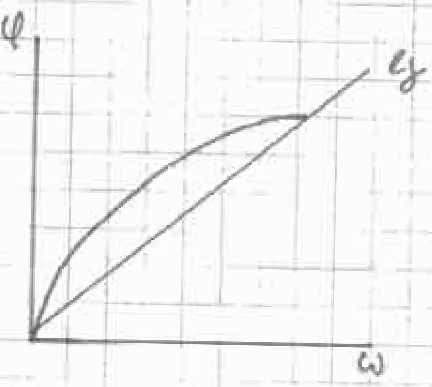
- 

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega \cdot s$ | $\approx 0$ | 0,25 | 0,5 | 1 |
| Re | $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ | $6{,}4 \cdot 10^{-4}$ | $8 \cdot 10^{-5}$ | $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ |
| Im | 0 | $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ | $8 \cdot 10^{-5}$ | $6{,}4 \cdot 10^{-5}$ |

? PD1 - Verhalten

Kurven zeichnen $\lg |G| / \lg \omega$ und $\lg \varphi / \lg \omega$



$\rightarrow$ bei Betrachtung $\lg|G| / \lg\omega$ $\Rightarrow$ PD0 - Verhalten

$$G(p) = K \cdot (1 + T_D \cdot p)$$
$$G(j\omega) = K \cdot (1 + T_D\, j\omega)$$
$$G(j\omega) = K + K \cdot T_D\, j\omega$$
$$= K + K_D \cdot j\omega$$

Kennwerte $\quad |G(\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \qquad G = K$

$\Rightarrow$ $K = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e}$ an irgend einem Punkt (gewählt $\omega = 0$)

$\Rightarrow$ $K = \frac{4}{25000} = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-4}\ \frac{mm}{Pa}}}$

$$\tan\varphi = T_D \cdot \omega$$
$$T_D = \tan\varphi / \omega = 1/0{,}5 = \underline{\underline{2s}}$$

c) $x_e = c \cdot t \qquad c = 10\ kPa/s$

DGL PD0 $\Rightarrow$ $x_a = K(x_e + T_D \cdot \dot{x}_e)$

$$x_a = K(c \cdot t + T_D \cdot c)$$

Aufgabe 9.2)

$G_{ges} = G_1 + G_2$

$G_1 \nearrow$ PT0 $= K$

$G_2 \nearrow$ IT0 $= \frac{K_i}{p}$

$G_{ges} = K + \frac{K_i}{p}$ mit $K_i = \frac{K}{T_i}$

$= K + \frac{K}{T_i \cdot p}$

$G_{ges} = K\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ PIT 0 $\nearrow$ Verhalten

Aufgabe 9.3)

$G_1 \nearrow$ ITO $G_1 = \frac{K_i}{p}$

$G_2 \nearrow$ PTO $G_2 = K$

$$G_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2}$$

$$G_{ges} = \frac{1}{\frac{1 \cdot p}{K_i} + K} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{K} + K_i}$$

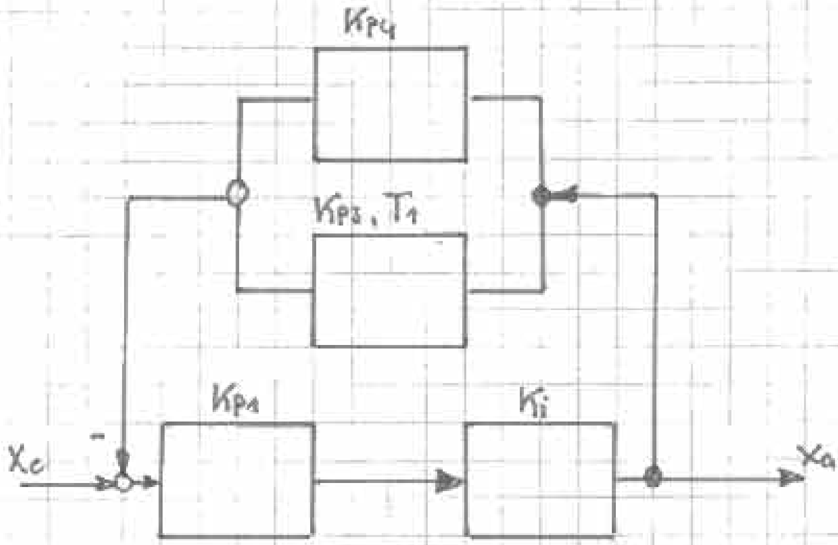
$$= \frac{1}{\frac{p \cdot T_1}{K} + K}$$

$$= \frac{1}{\frac{p \cdot T_1 + K^2}{K}}$$

$$G_{ges} = \frac{K}{p \cdot T_1 + 1} \; ?$$

$$= \frac{K}{p \cdot T_1 + K^2}$$

Aufgabe 9.4)




$K_{P4} \Rightarrow PT0$

$K_{P3} \Rightarrow PT1$

$K_{P1} \Rightarrow PT0$

$K_i \Rightarrow IT0$

$$G_1 = K_{P1}$$

$$G_2 = \frac{K_i}{p}$$

$$G_3 = \frac{K}{1+T_1 \cdot p}$$

$$G_4 = K_{P4}$$

Zusammenfassung

$$G_{12} = G_1 \cdot G_2 = K_{P1} \cdot \frac{K_i}{p} = \frac{K_{i12}}{p} \rightarrow IT0$$

$$G_{34} = G_3 + G_4 = \frac{K_{P3}}{1+T_1 \cdot p} + K_{P4}$$

$$= \frac{K_{P3} + K_{P4}(1+T_1 \cdot p)}{(1+T_1 \cdot p)}$$

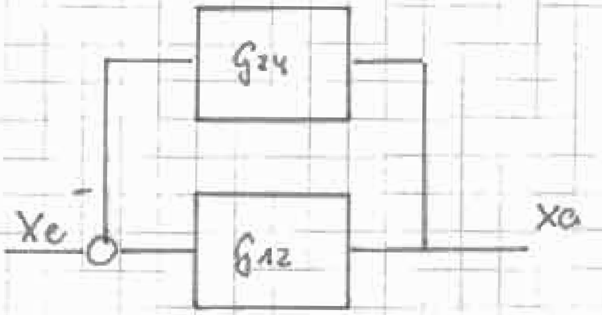
$$= \frac{K_{P3} + K_{P4} + K_{P4} \cdot T_1 \cdot p}{(1+T_1 \cdot p)}$$

mit $K_{P3} + K_{P4} = K_{P34}$

mit $K_{P4} \cdot T_1 = K_D$

$$G_{34} = \frac{K_{P34} + K_D \cdot p}{(1+T_1 \cdot p)} \nearrow PDT1\text{- Verhalten}$$

$$= \frac{K_{P34}(1 + K_{P34} \cdot T_D \cdot p)}{(1+T_1 \cdot p)}$$




$G_{34} = G_r \qquad G_{12} = G_v$

$$G = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2} = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2} \qquad \text{mit } G_1 = G_v = G_{12} \,;\; G_2 = G_{34} = G_r$$

$$G = \frac{1}{\frac{1 \cdot p}{K_{i12}} + \frac{K_{p34} + K_D \cdot p}{(1 + T_1 \cdot p)}}$$

$$G = \frac{1}{\frac{p \cdot (1 + T_1 \cdot p)}{K_{i12}(1 + T_1 \cdot p)} + \frac{(K_{p34} + K_D \cdot p)\, K_{i12}}{(1 + T_1 \cdot p)\, K_{i12}}}$$

$$G = \frac{1}{\frac{p + T_1 p^2 + K_{p34} \cdot K_{i12} + K_{i12} \cdot K_D \cdot p}{K_{i12} + K_{i12} T_1 \cdot p}}$$

↗ p ausklammern

$$G = \frac{1}{\frac{(1 + K_D \cdot K_{i12}) \cdot p + T_1 p^2}{K_{i12} + K_{i12} \cdot T_1 \cdot p}}$$

$$G = \frac{1}{\frac{(1 + K_D \cdot K_{i12}) \cdot p}{K_{i12} + K_{i12} \cdot T_1 \cdot p} + \frac{T_1 p^2}{K_{i12} + K_{i12} \cdot T_1 \cdot p} + \frac{K_{p34} \cdot K_{i12}}{K_{i12} + K_{i12} \cdot T_1 \cdot p}}$$

$$G = \frac{K_{i12}(1 + T_1 \cdot p)}{K_{p34} K_{i12} + (1 + K_D \cdot K_{i12}) \cdot p + T_1 \cdot p^2} \quad \Big| : K_{p34} K_{i12}$$

$$G = \frac{\frac{K_{i12}(1 + T_1 \cdot p)}{K_{p34} K_{i12}}}{1 + \frac{(1 + K_D \cdot K_{i12}) \cdot p}{K_{p34} K_{i12}} + \frac{T_1}{K_{p34} K_{i12}} \cdot p^2}$$

$$G = \frac{\overbrace{\frac{K_{i12}}{K_{p34} \cdot K_{i12}}}^{K} \cdot (1 + \overbrace{T_1}^{T_D} p)}{1 + \underbrace{\frac{(1 + K_D \cdot K_{i12})}{K_{p34} K_{i12}}}_{T_1} p + \underbrace{\frac{T_1}{K_{p34} \cdot K_{i12}}}_{T_2^2} p^2}$$

$G \nearrow$ PDT 2 - Verhalten

Aufgabe 9.5)

b) $G_{ges} = G_1 \cdot G_2$

$$G_1 = PT1 = \frac{K}{1+T_1 \cdot p}$$

$$G_2 = ITO = \frac{K_i}{p} \quad \text{mit} \quad K_i = \frac{K}{T_1}$$

$$G_{ges} = \frac{K}{1+T_1 p} \cdot \frac{K}{T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K^2}{T_1 \cdot p + T_1^2 p^2}$$

$K_i$ nicht auflösen

$$G_{ges} = \frac{K_i}{p} \cdot \frac{K}{1+T_1 p}$$

$$\frac{\underbrace{\left(\frac{K_i \cdot K}{p}\right)}_{K_{I ges}}}{1+T_1 \cdot p} \quad \nearrow \quad IT1 - \text{Verhalten}$$

Übergangsfkt + Ortskurve S. 52 Studienanleitung

c) $$G_{ges} = \pm G_1 \frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2}$$

$$G_1 \rightarrow PT1 \quad G_1 = \frac{K}{1+T_1 p}$$

$$G_2 \rightarrow PTO \quad G_2 = K$$

$$G_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{K}{1+T_1 p}} + K}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+T_1 p}{K} + K}$$

$$= \frac{\frac{K}{1+T_1 \cdot p}}{1 + K\left(\frac{K}{1+T_1 p}\right)}$$

$$= \frac{\frac{K_I}{p}}{1 + \frac{K_{1p} \cdot K_I}{p}}$$

2

$$G_{ges} = \frac{1}{\frac{T_1 \cdot p}{K_{1p}} + K_I}$$

$$= \frac{1 \cdot K_{1p}}{T_1 \cdot p + K_I \cdot K_p}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{T_1 \cdot p}{K_1} + K_p}$$

Aufgabe 9.6)

$G_1 \rightarrow$ IT0 $\Rightarrow G = \frac{K_I}{p}$

$G_2 \rightarrow$ PT0 $\Rightarrow G = K$

$G_3 \rightarrow$ PT1 $\Rightarrow G = \frac{K}{1+T_1 \cdot p}$

$$G_{23} = G_2 - G_3$$

$$= K_2 - \frac{K_3}{1+T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K_2 + K_2 T_1 \cdot p - K_3}{1+T_1 \cdot p} \quad \text{mit} \quad K_2 = K_3$$

$$= \frac{K_2(\cancel{1} + T_1 \cdot p - \cancel{1})}{1+T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K_2 T_1 p}{1+T_1 p} \quad \text{mit} \quad K \cdot T_0 = K_D$$

$$G_{23} = \frac{K_D \cdot p}{1+T_1 \cdot p} \quad \text{DT1 - Verhalten}$$

$$G_{ges} = G_1 \cdot G_{23}$$

$$= \frac{K_I}{p} \cdot \frac{K_D \cdot p}{1+T_1 \cdot p} \quad \text{mit} \quad K_I = \frac{K_1}{T_I} \quad T_I = T_1$$

$$= \left( \frac{K_1}{T_1 \cdot p} \cdot \frac{K_D \cdot p}{1+T_1 \cdot p} \right) \quad \text{besser } K_I \text{ belassen}$$

$$= \frac{K_I \cdot K_D \cdot \cancel{p}}{(1+T_1 p) \cdot \cancel{p}} = \frac{\overbrace{(K_I \cdot K_D)}^{K_{ges}}}{(1+T_1 p)}$$

$\Rightarrow$ PT1 - Verhalten

DGL: $T_1 \cdot \dot{x}_a + x_a = K \cdot x_e$

$$3s \cdot \dot{x}_a + x_a = K_I \cdot K_D \cdot x_e$$

$$3s \cdot \dot{x}_a + x_a = K_I \cdot K_2 \cdot T_0 \cdot x_e$$

$$3s \cdot \dot{x}_a + x_a = 0{,}4\, s^{-1} \cdot 5 \cdot 3s \cdot x_e$$

$$3s \cdot \dot{x}_a + x_a = 6 \cdot x_e$$

Aufgabe 9.7)

$G_1 \Rightarrow PT0 \Rightarrow G = K_1$

$G_2 \Rightarrow IT0 \Rightarrow G = \frac{K_i}{p}$

$G_3 \Rightarrow DT0 \Rightarrow G = K_D \cdot p$

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3$$
$$= K_1 + \frac{K_i}{p} + K_D \cdot p$$
$$= \frac{K_1 \cdot p}{p} + \frac{K_i}{p} + \frac{K_D \cdot p^2}{p}$$
$$= \frac{K_1 \cdot p + K_D \cdot p^2 + K_i}{p}$$
$$= \frac{K_1 \cdot p + K_D \cdot p^2 + K_i}{p} \nearrow \text{PID0 - Verhalten}$$

DGL: $x_a = K \cdot (x_e + T_D \cdot \dot{x}_e + \frac{1}{T_i} \int x_e \, dt)$

$$K = K_{ges} = \frac{K_1 \cdot p + K_1 \cdot T_D \cdot p^2 + K_1}{T_i \cdot p}$$

$$K_{ges} = \underbrace{(K_1)}_{K_{ges}} \frac{(p + T_D \cdot p^2 + 1)}{T_i \cdot p}$$

b) Komplexe Übertragungsfunktion

$$G(p) = K + K \cdot T_D \cdot p + \frac{K}{T_i \cdot p}$$

$$G(j\omega) = K + K \cdot T_D \cdot j\omega + \frac{K}{T_i j\omega}$$

alles auf einen Bruchstrich

$$= \frac{K(j\omega + T_D j^2 \omega^2 + 1)}{T_i \cdot j\omega}$$

mit komplex konjugiertem Nenner erweitern

$$G(j\omega) = \frac{Kj\omega \cdot (-T_i j\omega) - KT_D \cdot \omega^2 (-T_i j\omega) + K(-T_D j\omega)}{(T_i j\omega) \cdot (-T_i j\omega)}$$

$$= \frac{KT_i\omega^2 + T_D\omega^3 T_i K - KT_D j\omega}{T_i^2 \omega^2}$$

$$\mathrm{Re}(G) = \frac{K T_i \omega^2}{T_i^2 \omega^2} = \frac{K}{T_i} = K_i$$

Bissel kompliziert der Versuch

$$G(j\omega) = K + K \cdot T_D \cdot p + \frac{K}{T_i \cdot p}$$

$$= K + K_D \cdot p + \frac{K_i}{p}$$

$$= \frac{Kp + K_D \cdot p^2 + K_i}{p} = \frac{Kj\omega - K_D \omega^2 + K_i}{j\omega}$$

$$= \frac{Kj\omega(-j\omega) + K_D \omega^2(-j\omega) + K_i(-j\omega)}{j\omega(-j\omega)}$$

$$= \frac{K\omega^2 + K_D \omega^3 j - K_i \omega j}{\omega^2}$$

$$\mathrm{Re}(G) = \frac{K\omega^2}{\omega^2} = K$$

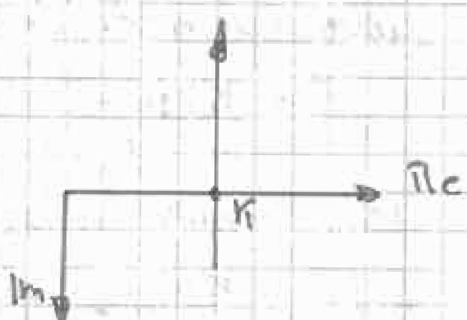
$$\mathrm{Im}(G) = + \frac{K_D(\omega^3) - K_i \omega}{\omega^2}$$

$$= K_D \omega - \frac{K_i}{\omega}$$

c) Ortskurve

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega$ | 0 | $1/T_1$ | $1/T_2$ | $\infty$ |
| Re | K | K | K | K |
| Im | $\cancel{0}$ | 0 | 0 | $\infty$ |

$$\mathrm{Im}(G) = \underbrace{\left(K_D \cdot \frac{1}{T_1}\right)}_{K} - \underbrace{\left(K_i \cdot T_1\right)}_{K} = 0$$



d) $x_{e0} = 2$

$$x_a = K \cdot (x_e + T_D \cdot \dot{x}_e + \frac{1}{T_i} \int x_e dt)$$

$$x_a = K \cdot 2 + T_D \cdot 0 \cdot K + \frac{1}{T_i} 2 \cdot t \cdot K \quad \text{mit } T_i = \frac{K}{K_i}$$

$$x_a = 6 + \frac{K_i}{K_{ges}} \cdot 2 \cdot t \cdot K_{ges}$$

$$x_a = 6 + 0{,}5 \cdot 2 \cdot t$$

$$\underline{\underline{x_a = 6 + t}}$$

e) Spannsant $x_e = c \cdot t \quad c = 0{,}5\,s^{-1}$

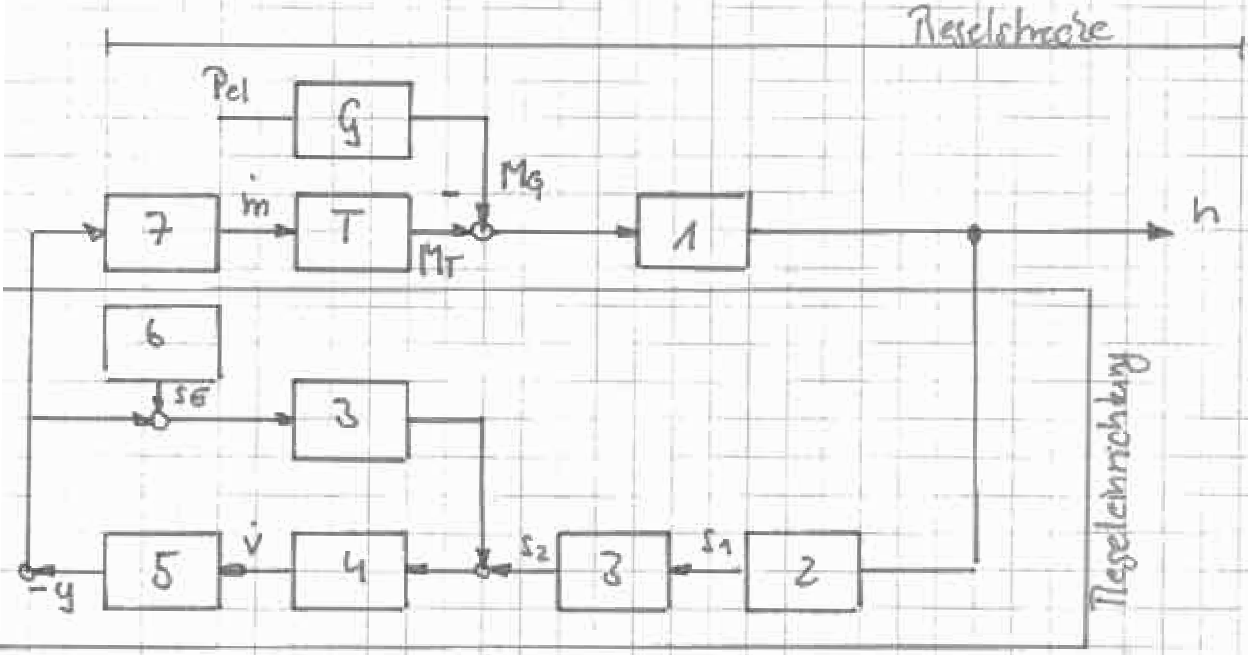
$$x_a = K \cdot (c \cdot t) + K \cdot T_D \cdot \cancel{(}c\dot{t}) + \frac{1}{T_i} (c \cdot t^2) \cdot K$$

$$x_a = K \cdot (ct) + K_D (ct) + K_i \cdot (ct^2)$$

$$x_a = 1{,}5 \cdot t + 2{,}5 \cdot t + 0{,}25\,s^{-2} \cdot t^2$$

$$\underline{x_a = 4 \cdot t + 0{,}25^{-2} \cdot t^2}$$

Aufgabe 10.1)

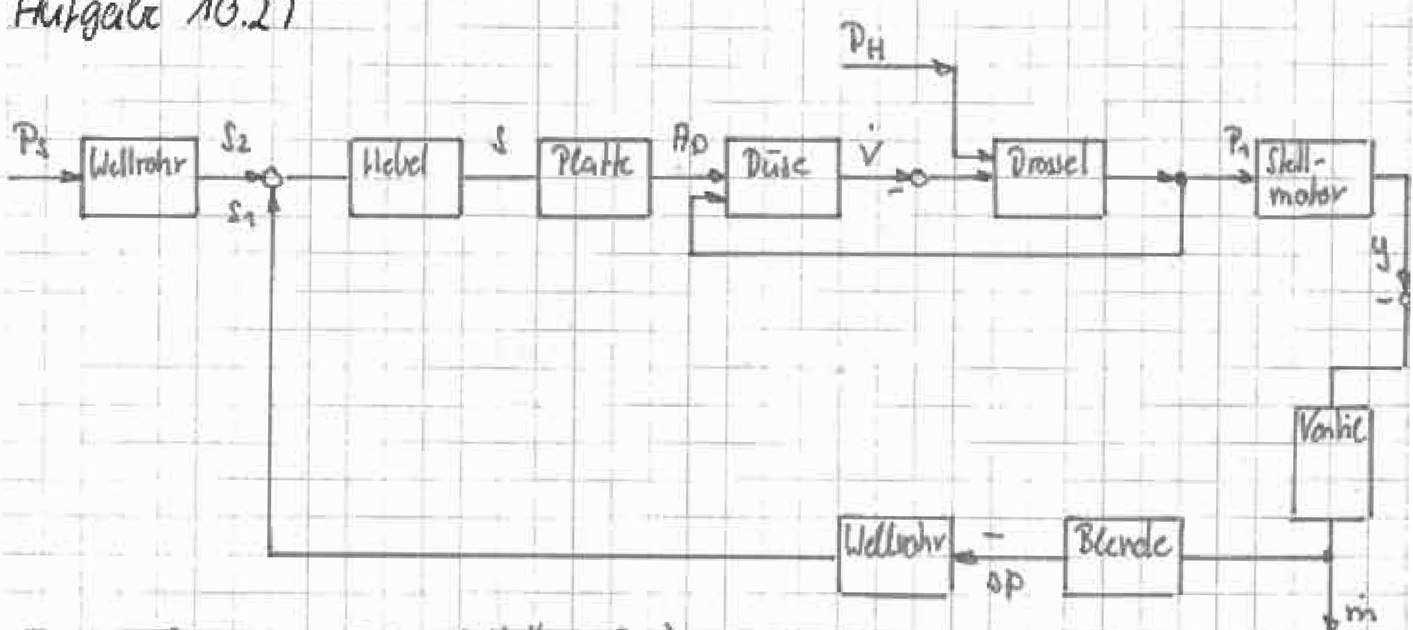



mit: G = Generator
T = Turbine

! In Regeleinrichtung ungerade Anzahl an Vorzeichenumkehr notwendig, als Schließbedingung!

$P_{el}$ => Störgröße
h => Regelgröße
$s_E$ => Führungsgröße

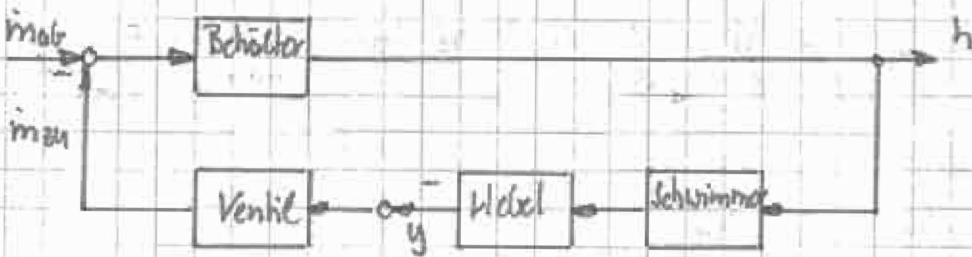
Aufgabe 10.2)




$P_s$ => Führungsgröße (Stellgröße)
$\Delta p$ => Stellgröße
$\dot{m}$ => Regelgröße

Aufgabe 10.4)

a) Signalflußbild




b) Übertragungsfunktionen

Hebel: $K = \frac{x_a}{x_e}$ $\quad x_a = y \quad x_e = s \quad \frac{y}{s} = \frac{a}{b} = \frac{120\,mm}{600\,mm}$

$\frac{x_a}{x_e} = 0{,}2$

$G = \frac{x_a}{x_e} \Rightarrow \underline{G = 0{,}2}$

Schwimmer $K = \frac{x_a}{x_e} \quad x_e = \Delta h \quad x_a = \Delta s$

$$\left( \begin{array}{l} \Delta h = \dot m_{zu} - \dot m_{ab} \\ \quad\; = k \cdot y^2 - \dot m_{ab} \end{array} \right)$$

$\Delta h = \Delta s$

$K = \frac{\Delta s}{\Delta h} = 1 \qquad \underline{G = 1}$

Ventil $K = \frac{x_a}{x_e} \quad x_a = \Delta \dot m_{zu} \quad x_e = \Delta y$

$K = \frac{\Delta k \cdot y^2}{\Delta y} \overset{!}{=} \frac{\Delta k \cdot y^2}{\Delta y} \nearrow$ nich linear $\Rightarrow$ linearisieren von $x_a$

$K = \frac{2 \cdot k \cdot y_0 \cdot \Delta y}{\Delta y} = 2 \cdot k \cdot y_0 = \underline{0{,}5 \frac{kg}{mm \cdot s}}$

Behälter $\quad K = \frac{X_a}{X_e} \quad X_a = \Delta h \quad X_e = \Delta \dot{m}_B$

$$\Delta \dot{m}_B = \Delta \dot{m}_{zu} - \Delta \dot{m}_{ab}$$

$$\Delta \dot{m}_B = \xi \cdot y^2 - \Delta \dot{m}_{ab}$$

$$G = \frac{\Delta h}{\Delta \dot{m}_B} = \frac{K_B}{p} \Rightarrow \text{IT0 Verhalten}$$

c) $\quad K_R = K_V \cdot K_S \cdot K_H$

$$G_{ges} = 0{,}2 \cdot 0{,}5 \frac{\xi_t}{mm \cdot s} \cdot 1 = 0{,}1 \frac{\xi_t}{mm \cdot s}$$

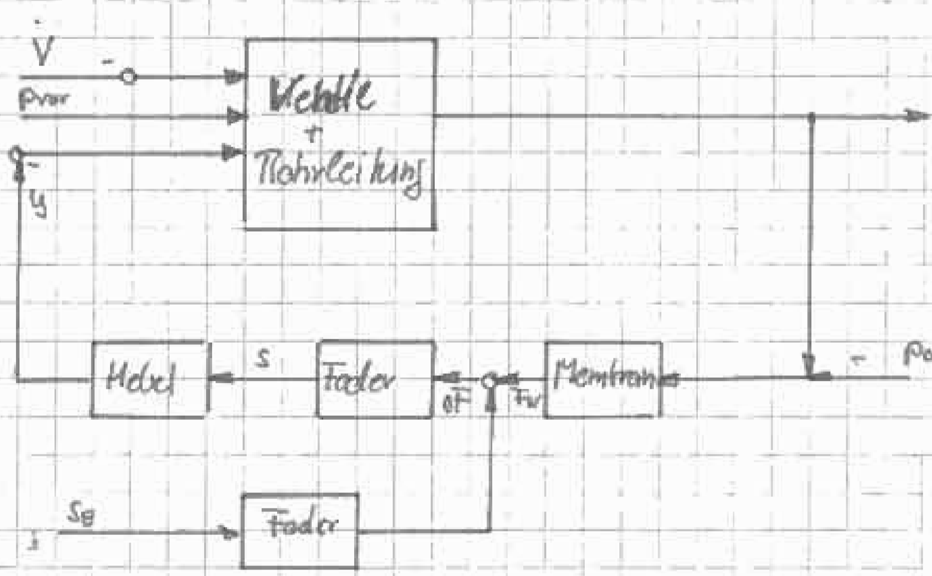
$$g_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{g_B} + g_2}$$

Aufgabe 10.5

a) Signalflußbild

Y Stellgröße =

X Regelgröße =




W Führungsgröße: $s_E$ – Eine vorgegebene und durch die Steuerung oder Regelung nicht beeinflußbare Größe. Die gesteuerte oder Regelgröße soll dieser Führungsgröße ständig folgen oder an diese angeglichen werden.

Z Störgröße: $\dot{V}$

$X_R$ Regelgröße: p – Die mit einer Regelung beeinflußte Größe

$Y_S$ Stellgröße: y – Ausgangsgröße des Reglers für das Stellglied

b) Kräftegleichgewicht (Bilanz)

$$F_{F0} + c_1 \cdot s_0 = A_M (p_0 - p_{amb})$$

$$F_{F0} = c_1 \cdot s_G \quad \nearrow \text{Federvorspannung}$$

$$c_1 (s_{max} - s_{min}) = A_M (p_{max} - p_{min})$$

$\Rightarrow$ nach $A_M$ umstellen

$$A_M = \frac{c_1 (s_{max} - s_{min})}{(p_{max} - p_{min})}$$

Hebelgesetz: $\frac{a}{b} = \frac{\Delta y}{\Delta s}$ $\quad$ $\Delta s = \frac{b}{a} \cdot \Delta y$

$$\Delta s = s_{max} - s_{min}$$

$$A_M = \frac{c_1 \cdot \left(\frac{b}{a} \cdot y\right)}{(p_{max} - p_{min})}$$

$\nearrow$ y aus gegebener Formel

$$\dot{V} = \varepsilon \cdot y \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_V} (p_V - p)}$$

$$y_{max} = \frac{\dot{V}_{max}}{\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_V} (p_V - p)}}$$

$$= \frac{120 \, m^3}{h \cdot \frac{9mm}{1000} \sqrt{\frac{2}{2{,}971} \frac{m^3}{kg} (0{,}25 - 0{,}196 \, MPa)} \cdot 3600}$$

$$\underline{y_{max} = 19{,}43 \, mm}$$

$$y_{min} = \frac{80 \, m^3}{h \cdot \frac{9mm}{1000} \sqrt{\frac{2}{2{,}971} \frac{m^3}{kg} (0{,}25 - 0{,}204 \, MPa)} \cdot 3600}$$

$$\underline{y_{min} = 14{,}03 \, mm}$$

$$\Delta y = y_{max} - y_{min} = \underline{5{,}4 \, mm}$$

$$A_M = \frac{2 \frac{N}{mm} \cdot \left(\frac{0{,}45 \, m}{0{,}225 \, m} \cdot 0{,}0054 \, m\right) \cdot 1000}{(0{,}204 \, MPa - 0{,}196 \, MPa)}$$

$\underline{A_m = 2700\,mm^2}$

$F_{F0} + C_1 \cdot S_0 = A_m(p_0 - p_{amb})$

$F_{F0} = C_1 \cdot S_E$

$F_{F0} = A_m(p_0 - p_{amb}) - C_1 \cdot S_0$

$= 2700\,mm^2 \left(0{,}2\,\frac{N}{mm^2} - 0{,}1\,\frac{N}{mm^2}\right) - 2\,\frac{N}{mm} \cdot 25\,mm$

$\underline{F_{F0} = 220\,N}$

$S_E = \frac{F_{F0}}{C_1} = \frac{220\,N \cdot mm}{2\,N}$

$\underline{S_E = 110\,mm}$

c) Berechnung der Übertragungsfaktoren

$K = \frac{x_a}{x_e}$

<u>Hebel</u> $K_H = \frac{\Delta y}{\Delta S} = \frac{a}{b} = \frac{225\,mm}{450\,mm} = \underline{0{,}5}$

<u>Feder</u> $K_F = \frac{1}{C_1} = \underline{\frac{1\,mm}{2\,N}}$

<u>Membran</u> $K_m = \frac{\Delta F_H}{\Delta p} = A_m = \underline{2700\,mm^2}$

<u>Druckmesswerk</u> $K_D = \frac{A_m}{C_1} = \frac{2700\,mm^2 \cdot mm}{2\,N} = 1350\,\frac{mm^2}{MPa}$

<u>Ventil</u> $K_{vy} = \frac{\Delta p}{\Delta y}$

$\dot{V} = \varepsilon \cdot y \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho_v}(p_v - p)}$

$\frac{\dot{V}^2}{\varepsilon^2 y^2} = \frac{2}{\rho_v}(p_v - p)$

$\frac{\rho_v \dot{V}^2}{2 \varepsilon^2 y^2} = p_v - p$

$p = p_v - \frac{\rho_v \dot{V}^2}{2 \varepsilon^2 y^2}$

$$p = p_r - \frac{\varrho_V}{2}\left(\frac{\dot V}{\varepsilon y}\right)^2$$

$\nearrow$ Linearisierung

$$\Delta p = \frac{\partial p}{\partial \dot V} \cdot \Delta \dot V_0 + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \Delta y_0 + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \Delta p_{r0}$$

$$\Delta p = -\varrho_V \cdot \dot V_0 \left(\frac{1}{\varepsilon y}\right)^2 \cdot \Delta \dot V + \left(+\frac{\varrho_V}{2} \cdot \frac{1}{y_0^3}\left(\frac{\dot V}{\varepsilon}\right)^2\right)\Delta y + \Delta p_r$$

mit $\frac{\Delta y}{\Delta s} = \frac{a}{b} \Rightarrow \Delta y = \frac{a}{b} \cdot \Delta s$

$$y_0 = y_{max} - \frac{a}{b}(s_0 - s_{min})$$

$$y_0 = y_{max} - \frac{A_n}{C_1}(p_0 - p_{min})\frac{a}{b}$$

el. Lösung $y_0 = y_{max} - K_D \cdot V_{HI}(p_{min} - p_0)$

$$y_0 = 19{,}43\,mm - 1350\,\frac{mm^2}{MPa} \cdot 0{,}5\,(p_0 - p_{min})$$

$$\underline{y_0 = 16{,}73\,mm}$$

$$\dot V_0 = \varepsilon \cdot y_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho_V}(p_r - p_0)}$$

$$= 9\,mm \cdot 16{,}73\,mm \cdot \sqrt{\frac{2}{2{,}971}\frac{m^3}{kg}\left(0{,}25\frac{N}{mm^2} - 0{,}2\frac{N}{mm^2}\right)}$$

$$\underline{\dot V_0 = 99{,}45\,\frac{m^3}{h}}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta y} = \varrho_V \cdot \frac{1}{y_0^3} \cdot \left(\frac{\dot V_0}{\varepsilon}\right)^2$$

$$= 2{,}971\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{1}{(16{,}73\,mm)^3} \cdot \left(\frac{99{,}45\,m^3}{h \cdot 9\,mm}\right)^2$$

! Lösung in MPa/mm !

$$\frac{kg \cdot m^6}{m^3 \cdot mm^3 \cdot h^2 \cdot mm^2} = \frac{kg \cdot m^3}{mm^2\, h^2 \cdot mm^3} = \frac{kg \cdot m^3}{m^3 \cdot h^2\, mm^2} \cdot 1000\,000\,000$$

$$\frac{kg}{h^2\, mm^2} \cdot 1000\,000\,000 = \frac{kg}{mm^2 \cdot s^2} \cdot \frac{1000\,000\,000}{(3600)^2} \quad \Big| \cdot mm \text{ (erweitern)}$$

$$\frac{kg \cdot mm}{mm^3 \cdot s^2} \cdot \frac{1000\,000\,000}{(3600)^2} = \frac{kg \cdot m}{mm^3 \cdot s^2} \cdot \frac{1000\,000}{(3600)^2} = \frac{N}{mm^3} = \frac{MPa}{mm}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta y} = 2{,}971 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{1}{(16{,}73mm)^3} \cdot \left(\frac{99{,}45m^3}{h \cdot 9mm}\right)^2 \cdot \frac{1000\,000}{(3600)^2}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta y} = 0{,}006\ 17Pa = K_{vy}$$

$K_{vi}$ -> selbes Spiel

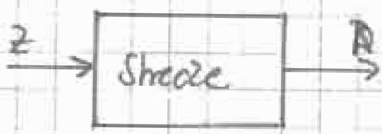
Aufgabe 10.6)

geg: $K_S = 21{,}3\ Pa \cdot min$ → Gebläse

$K_R = 0{,}02\ \frac{1}{min\ Pa}$ → Regler

a) Wert Regelgröße bei Störung $z = 75\ \frac{1}{min}$

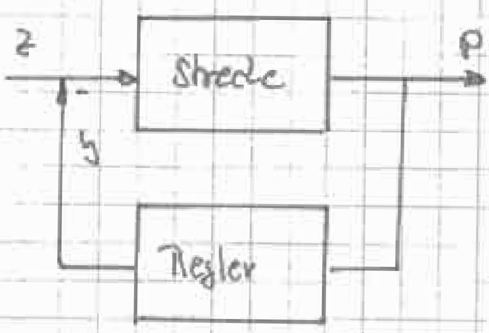
ohne Berücksichtigung des Reglers




$K_S = \frac{p}{z}$ ⇒ $p = K_S \cdot z = 21{,}3\ Pa \cdot min \cdot 75\ \frac{1}{min}$

$\underline{\underline{p = 1597{,}5\ Pa}}$

b) wie groß $K_R$ mind. damit $X = 12\ Pa$




$$\frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2} = G$$

$$G = \frac{p}{z}$$

$$\frac{p}{z} = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2} \qquad \frac{p}{z}\left(\frac{1}{G_1} + G_2\right) = 1$$

$$G_2 = \frac{z}{p} - \frac{1}{G_1} \qquad \text{mit } p = p_{max} = 1000\ Pa$$

a) erst G ausrechnen

$\underline{G = 14{,}93\ Pa \cdot min}$

⇒ $p = 14{,}93\ Pa \cdot min \cdot 75\ min^{-1}$

$\underline{p = 1120{,}27\ Pa}$

b) $\underline{k_2 = 0{,}028\ (min \cdot Pa)^{-1}}$

Aufgabe 10.8 Temperaturregler

$\rightarrow$ alle Wärme geht in den Regler

$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_R$

$Q_R = c \cdot m \cdot \vartheta_R$

$\dot{Q}_{zu} = \alpha \cdot A \cdot t \cdot \Delta\vartheta_g$

$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \quad \Rightarrow \quad Q = \int \dot{Q}\, dt$

$\dot{Q}_R = c \cdot m \cdot \dot{\vartheta}_R$

$\nearrow$ aus Aufgabenstellung $\Delta s = a \cdot L_0 \cdot \Delta\vartheta_R$

$\Rightarrow \Delta\vartheta_R = \frac{\Delta s}{a \cdot L_0}$

$\Delta\dot{\vartheta}_R = \frac{\Delta\dot{s}}{a \cdot L_0}$

$\dot{Q}_{zu} = \alpha \cdot A \cdot \Delta\vartheta \quad \Delta\vartheta = (\vartheta_g - \vartheta_R)$

$\alpha \cdot A \cdot (\vartheta_g - \vartheta_R) = c_R \cdot m_R \cdot \frac{\Delta\dot{s}}{a \cdot L_0}$

$\alpha \cdot A \cdot \vartheta_g = c_R \cdot m_R \cdot \frac{\Delta\dot{s}}{a \cdot L_0} + \alpha A \cdot \frac{\Delta s}{a L_0}$

$\alpha \cdot A \cdot a \cdot L_0 \cdot \vartheta_g = c_R m_R \Delta\dot{s} + \alpha A \Delta s$

$a \cdot L_0 \cdot \vartheta_g = \Delta s + \frac{c_R m_R}{\alpha A} \cdot \Delta\dot{s}$

$K_P = a \cdot L_0$

$T_1 = \frac{c_R m_R}{\alpha \cdot A}$

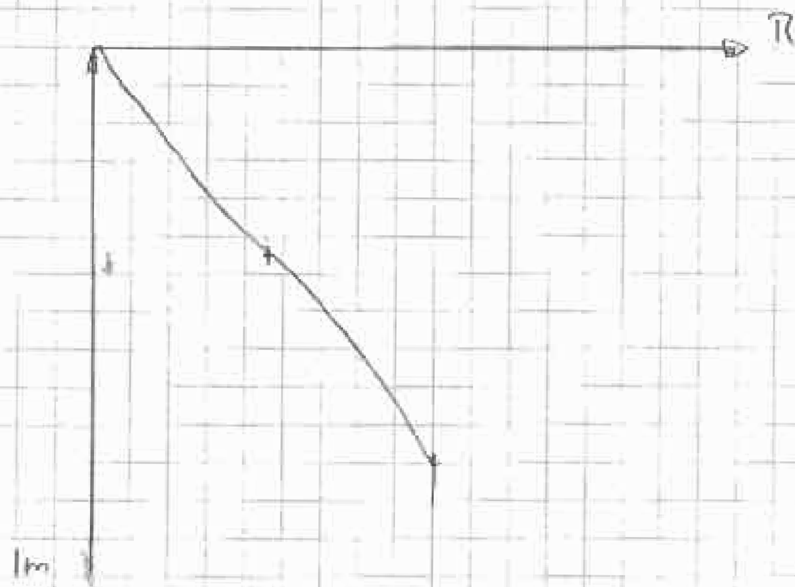
$\nearrow$ PT1 - Verhalten

Ortskurve

| $\omega$ = | 0 | $1/T_1$ | $1/T_2$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| Re = | 4,5 | 2,25 | | 0 |
| Im = | $-\infty$ | $-2{,}75$ | | 0 |

$$Re(\omega=0) = \frac{K_R - \frac{K_R}{10s} \cdot 1s}{1} = 4{,}5$$

$$Re(\omega = 1/T_1) = 2{,}25$$




Sprungantwort $x_\omega = 0{,}5$

$$T_1 \cdot \dot{y}_R + y_R = K_R \cdot 0{,}5 + \frac{1}{T_n} \dot{x}_\omega t$$

↗ S. 58

$$x_a = x_{aPT1} + x_{aIT1}$$
$$= K \cdot x_\omega (1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) + K_I \cdot x_\omega (t - T_1 + T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}})$$
$$= 5 \cdot 0{,}5 (1 - e^{-\frac{t}{s}}) + 0{,}5 \cdot 0{,}5 (t - 1s + 1s \cdot e^{-\frac{t}{s}})$$
$$= 2{,}5 - 2{,}5 e^{-\frac{t}{s}} + 0{,}25 t - 0{,}25 s + 0{,}25 s \cdot e^{-\frac{t}{s}}$$

| t/s | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_a$ | 0 | 1,67 | 2,45 | 3,2 | 3,74 | 4,25 | 4,75 |

Aufgabe 10.9 PIT1-Regler

$$T_1 \dot{y}_R + y_R = K_R \left( x_w + \frac{1}{T_n} \cdot \int x_w \, dt \right)$$

mit $K_R = 5$ ; $T_n = 10s$ ; $T_1 = 1s$

$$G(p) = \frac{K\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$= \frac{K + \frac{K}{T_i \cdot p}}{1 + T_1 \cdot p} \quad \text{mit} \quad K_i = \frac{K}{T_i}$$

$$= \frac{K + \frac{K_i}{p}}{1 + T_1 \cdot p}$$

↗ Erweiterung mit komplex. Konjugiertem Nenner)

$$G(j\omega) = \frac{K + \frac{K_i}{j\omega}}{1 + T_1 j\omega} \cdot \frac{1 - T_1 j\omega}{1 - T_1 j\omega}$$

$$= \frac{K - K T_1 j\omega + \frac{K_i}{j\omega} - \frac{K_i T_1 j\omega}{j\omega}}{1 - T_1^2 j^2 \omega^2}$$

↗ erstmal Erweiterung mit $p$

$$= \frac{K}{1 + T_1 p} + \frac{K_i}{p(T_1 p + 1)}$$

$$= \frac{K \cdot p}{p(T_1 p + 1)} + \frac{K_i}{p(T_1 p + 1)}$$

$$= \frac{K \cdot p + K_i}{p + T_1 \cdot p^2}$$

$$G(j\omega) = \frac{K \cdot j\omega + K_i}{j\omega + T_1 j\omega^2}$$

$$= \frac{K j\omega + K_i}{j\omega - T_1 \omega^2}$$

↗ erweitern mit kompl. konju. Nenner $(-T_1^2\omega^2 - j\omega)$

$$= \frac{K j\omega(-T_1\omega^2 - j\omega) + K_i(-T_1\omega^2 - j\omega)}{-j^2\omega^2 + T_1\omega^4}$$

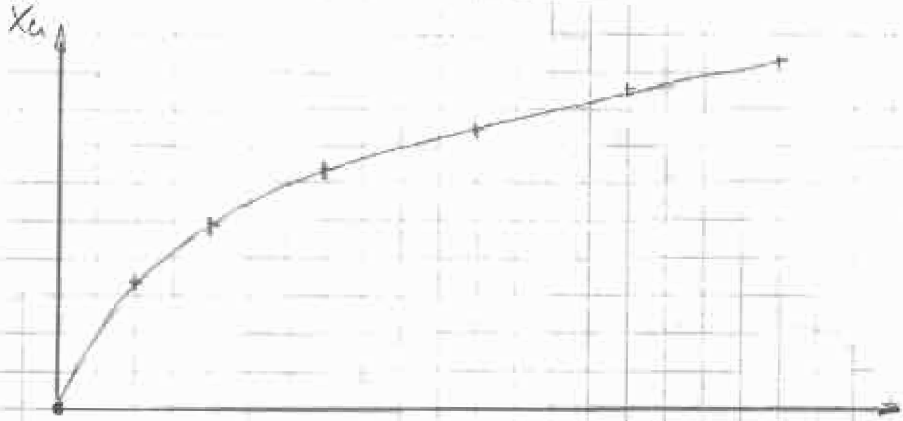
$$= \frac{-K T_1 j\omega^3 - K j^2\omega^2 + K_i T_1 \omega^2 - K_i j\omega}{-j^2\omega^2 + T_1\omega^4}$$

mit $K \cdot T_1 = K_D$

$$= \frac{-K_D j\omega^3 + K\omega^2 - K_i T_1 \omega^2 - K_i j\omega}{\omega^2 + T_1\omega^4}$$

$$= \frac{K\omega^2 - K_i T_1 \omega^2}{(1 + T_1\omega^2)\omega^2} - \frac{K_D j\omega^3 + K_i j\omega}{(1 + T_1\omega^2)\omega^2}$$

$$\underline{Re = \frac{K - K_i T_1}{1 + T_1\omega^2}} \qquad \underline{Im = \frac{-K_D\omega + \frac{K_i}{\omega}}{1 + T_1\omega^2}}$$




$$K_\Pi = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + G_2} \qquad G_1 = K_I = \frac{1}{T_I}$$

$$G_2 = K_D = K \cdot T_1$$

$$K_\Pi = \frac{X_a}{X_e} = \frac{y_\Pi}{X_U}$$

$$K_I \Rightarrow ITO \quad G(p) = \frac{K_I}{p}$$

$$K_D \Rightarrow DT1 \quad G(p) = \frac{K_D \cdot p}{1 + T_1 \cdot p}$$

$$G_{ges} = \frac{1}{\frac{p}{K_I} + \frac{K_D \cdot p}{1 + T_1 \cdot p}}$$

$$= \frac{1}{\frac{p^2 T_1 + p}{K_I(1 + T_1 p)} + \frac{K_D K_I \cdot p}{K_I(1 + T_1 \cdot p)}}$$

$$G_{ges} = \frac{K_I(1 + T_1 p)}{p + T_1 p^2 + K_D \cdot K_I \cdot p}$$

$$G_{ges} = \frac{K_I(1 + T_1 \cdot p)}{(1 + T_1 p + K_D \cdot K_I) \cdot p}$$

$$G_{ges} = \frac{G_1}{1+G_1G_2} \quad \text{mit } G_1 = \frac{K_I}{p} \;;\; G_2 = \frac{K_D \cdot p}{1+T_1 \cdot p}$$

$$G_{ges} = \frac{\frac{K_I}{p}}{1+\frac{K_I}{\cancel{p}} \cdot \frac{K_D \cdot \cancel{p}}{1+T_1 p}}$$

$$= \frac{\frac{K_I}{p}}{1+\frac{K_I \cdot K_D}{1+T_1 p}} \qquad \cdot (1+T_1 p)$$

$$= \frac{\frac{K_I}{p}(1+T_1 p)}{1+T_1 p + K_I K_D}$$

$$= \frac{\frac{K_I}{p} + K_I T_1}{1+T_1 p + K_I K_D} \qquad \rightarrow K_I T_1 \text{ ausklammern}$$

$$= \frac{K_I T_1 \left(1+\frac{K_I}{p \cdot T_1}\right)}{1+T_1 \cdot p + K_I K_D}$$

$$= \frac{K_I T_1 \left(1+\frac{K_I}{p \cdot T_1}\right)}{(1+K_I K_D)+T_1 p} \qquad \Big| : (1+K_I K_D)$$

$$= \frac{\overbrace{\left(\frac{K_I T_1}{(1+K_I K_D)}\right)}^{K_R}\left(1+\frac{K_I}{p T_1}\right)}{1+\left(\underbrace{\frac{T_1}{(1+K_I K_D)}}_{T_1} \cdot p\right)} \qquad T_1 = T_n$$

$$T_1 = \frac{T}{1+K_I K_D} \qquad K_I K_D = \frac{T}{T_1}-1$$

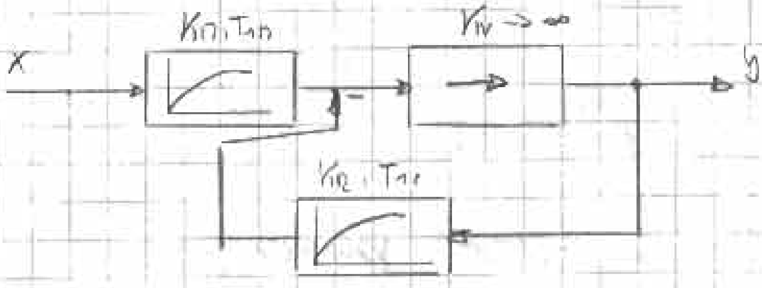
$$T_1 = \frac{T}{1+\frac{T}{T_1}-1} \qquad T = T_n$$

$$\underline{T_1 = 1s}$$

$$K_R = \frac{K_I \cdot T_n}{1+\frac{T_n}{T_1}-1} = \underline{5s}$$

Aufgabe 10.11)

Signalflußbild




$G(V) \Rightarrow P0 \quad G(p) = V_1$

$G(R) \Rightarrow PT1 \quad G(r) = \frac{K}{1+T_1 \cdot p}$

$$G(g_1) = \frac{K}{1 + K \cdot \frac{K}{1+T_1 \cdot p}}$$

$$= \frac{K(1+T_1 \cdot p)}{1+T_1 \cdot p + K^2}$$

$$= \frac{\frac{K}{1+K^2}(1+T_1 \cdot p)}{1 + \frac{T_1}{1+K^2} \cdot p}$$

! falsche Methode für Verstärker 2. Formel !

$$G(g_1) = \frac{1}{\frac{1}{g_1} + g_2}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{G(V)} + G(R)} = \frac{1}{\frac{1}{K_v} + \frac{K_R}{(1+T_1 p)}}$$

$$= \frac{K_v(1+T_1 \cdot p)}{(1+T_1 \cdot p) + K_r K_v} \quad \boxed{\to g_1 \to \infty \ \& \ \frac{1}{g_1} \to 0}$$

vereinfacht $G(g_1) = \frac{1}{g_2} = \underbrace{\left(\frac{1}{K_r}\right)}_{K}(1+T_1 \cdot p)$ & PDO-Verhalten

$$G_{ges} = G_{\Pi} \cdot G(g_{1})$$

$$G_{\Pi} \Rightarrow PT1 = \frac{K_{\Pi}}{1+T_1 \cdot p}$$

$$G_{ges} = K(1+T_1 \cdot p) \cdot \frac{K_{\Pi}}{(1+T_1 \cdot p)}$$

$$G_{ges} = K_{R}(1+T_{1R} \cdot p) \cdot \frac{1}{K_{\Pi}} \cdot \frac{1}{(1+T_{1\Pi} \cdot p)}$$

$$G_{ges} = \underbrace{\frac{K_{\Pi}}{K_{r}}}_{K_1} \cdot \frac{(1+\overbrace{T_{1\Pi} \cdot p}^{T_D})}{(1+\underbrace{T_{1r} \cdot p}_{T_1})}$$ 1 PDT1 - Verhalten

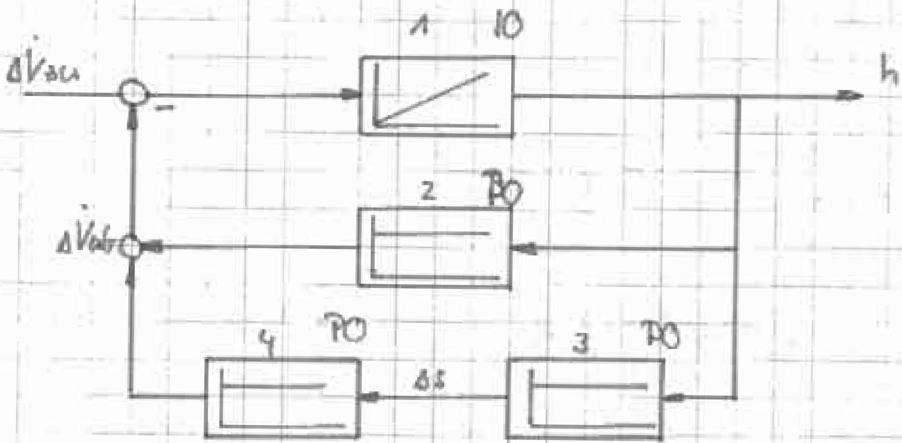
mit $K = \underline{\underline{12{,}5}}$

$T_D = \cancel{10s}\ \underline{\underline{2s}}$

$T_1 = \underline{\underline{5s}}$

Aufgabe 10.15 Flüssigkeitsstandregelung

Signalflußbild




1 $\hat{=}$ Spühlkasten (Behälter)

4 $\hat{=}$ Schwimmer

3 $\hat{=}$ Hebel

2 $\hat{=}$ Ventil

$$G_1 = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{\Delta h}{\Delta\dot{V}_{zu} - \Delta\dot{V}_{ab}} = \frac{K_I}{p} \quad (= G_S)$$

da IO-Verhalten $G = \frac{K_I}{p}$ $\quad K_I = \frac{1}{A}$

$$G_2 = \frac{\Delta\dot{V}_{ab}(h)}{\Delta h} = K_2$$

↗ aus Aufgabengestellung $\dot{V}_{ab} = \pi \cdot d \cdot s \cdot \sqrt{2gh}$

$$\Delta\dot{V}_{ab} = \frac{\partial\dot{V}_{ab}}{\partial s}\bigg|_0 \cdot \Delta s + \frac{\partial\dot{V}_{ab}}{\partial h}\bigg|_0 \cdot \Delta h$$

$$= \pi d\sqrt{2gh} \cdot \Delta s + \pi \cdot d \cdot s_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2g}{\sqrt{2gh_0}} \cdot \Delta h$$

$$= \pi d\sqrt{2gh} \cdot \Delta s + \frac{\pi \cdot d \cdot s_0 \cdot g}{\sqrt{2gh_0}} \cdot \Delta h$$

$$G_2 = \frac{\pi \cdot d \cdot s_0 \cdot g}{\sqrt{2gh_0}} \cdot \frac{\cancel{\Delta h}}{\cancel{\Delta h}}$$

$$G_3 = \frac{\Delta s}{\Delta h} = \frac{b}{a} \quad (\text{Strahlensatz}) = K_3$$

$$G_4 = \frac{\Delta \dot{V}_{ab}(s)}{\Delta s} = \pi \cdot d \cdot \sqrt{2gh_0} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

b) $$G_{34} = G_3 \cdot G_4$$

$$= \frac{b}{a} \cdot \pi \cdot d \cdot \sqrt{2gh}$$

$$G_{234} = G_2 + G_{34}$$

$$= \frac{\pi \cdot d \cdot s_0 \cdot g}{\sqrt{2gh_0}} + \frac{\pi \cdot d \cdot \sqrt{2gh_0} \cdot b}{a}$$

$$= \frac{a\, \pi \cdot d \cdot s_0 \cdot g}{a\sqrt{2gh_0}} + \frac{\pi \cdot d \cdot 2gh_0 \cdot b}{a\sqrt{2gh_0}} \qquad \frac{\pi \cdot d}{\sqrt{2gh_0}}\left(s_0 g + \frac{b}{a} 2gh_0\right)$$

$$= \frac{a\, \pi \cdot d \cdot s_0 \cdot g + \pi \cdot d \cdot 2gh_0 \cdot b}{a\sqrt{2gh_0}}$$

$$= \pi \cdot d \cdot g \frac{(a \cdot s_0 + 2h_0 b)}{a\sqrt{2gh_0}}$$

$$G_{ges} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_2}$$

$$= \frac{\frac{K_i}{p}}{1 + \frac{K_i}{p} \cdot \frac{\pi \cdot dg\,(a s_0 + 2h_0 b)}{\sqrt{2gh_0} \cdot a}} \qquad \Big| \cdot p$$

$$= \frac{K_i}{p + \frac{K_i\, \pi \cdot dg\,(a s_0 + 2h_0 b)}{\sqrt{2gh_0}}} \qquad \Big| \cdot \sqrt{2gh_0} \cdot a$$

$$= \frac{K_i \sqrt{2gh_0} \cdot a}{p\sqrt{2gh_0}\,a + K_i \cdot \pi dg\,(a s_0 + 2h_0 b)} \qquad \Big| : K_i \pi \cdot dg\,(a s_0 + 2h_0 b)$$

$$= \frac{K_i \sqrt{2gh_0} / K_i \pi dg\,(a s_0 + 2h_0 b)}{1 + p \cdot \frac{\sqrt{2gh_0} \cdot a}{K_i \cdot \pi \cdot dg\,(a s_0 + 2h_0 b)}}$$

$$G_{geo} = \frac{\overbrace{\left(\frac{K_i\sqrt{2gh_0}\cdot a}{K_i\,\pi\cdot d_{glas0}+2h_0\cdot G}\right)}^{K}}{1+\underbrace{\left(\frac{\sqrt{2gh_0}\cdot a}{K_i\cdot\pi\cdot d_{glas0}+2h_0\cdot G}\right)}_{T_1}\cdot p}$$

$$G_{geo} = \frac{K}{1+T_1\cdot p} \quad \nearrow \text{ PT1 - Verhalten} \qquad T_1 = A\cdot K$$

DGL: $T_1\cdot \dot{x}_a + x_a = K\cdot x_e$

c) ohne Regler

$$G_s = \frac{g_1}{1+g_1\cdot g_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{K_2}}{1+\frac{p}{K_1}\cdot \cancel{g_2}} \qquad \text{für } t\to\infty \text{ wird } p=0$$

$$\Rightarrow G_s = \frac{1}{K_2}$$

$$\Delta h_\infty = G_{s\infty}\cdot\Delta\dot{V}_{zu} \qquad \Delta\dot{V}_{zu} = 0{,}1\cdot h_0\cdot\frac{1}{G_{s\infty}} = 0{,}011\,\frac{m^3}{s}$$

$$G = \frac{G_1}{1+G_1G_4}$$

$$= \frac{K_I/p}{1+\frac{K_I}{p}\cdot K_V} = \frac{K_i}{p+K_iK_V} = \frac{\frac{1}{K_V}}{1+\frac{1}{K_iK_p}\cdot p}$$

$p\to 0 \;;\; t\to\infty$

$$G_\infty = \frac{1}{K_V} = \frac{\Delta h_\infty}{\Delta\dot{V}_{zu}} \qquad \Delta h_\infty = 0{,}1\,m$$

mit Regler $G$ siehe b)

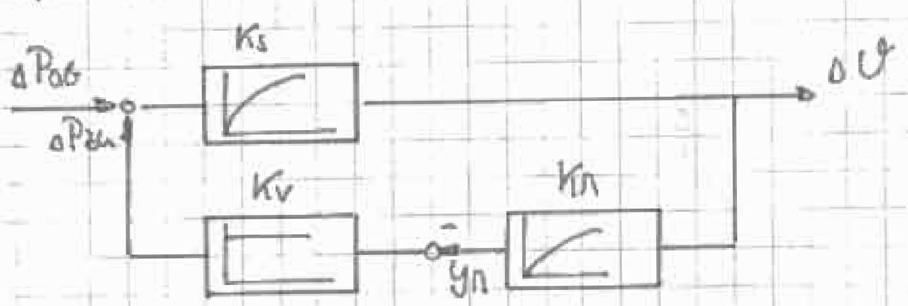
$$G_\infty = \frac{1}{K_H K_S + K_V}$$

$$\Delta \dot{V}_{zu} = 0{,}1 \cdot h_0 \cdot (K_H K_S + K_V) = 0{,}1 \cdot 10\,m \left( 0{,}2 \cdot 0{,}44 \frac{m^2}{s} + 0{,}011 \frac{m^2}{s} \right)$$

$$\underline{\underline{\Delta \dot{V}_{zu} = 0{,}89\, m^3/s}}$$

Aufgabe 10.16 Temperaturregelung

a)



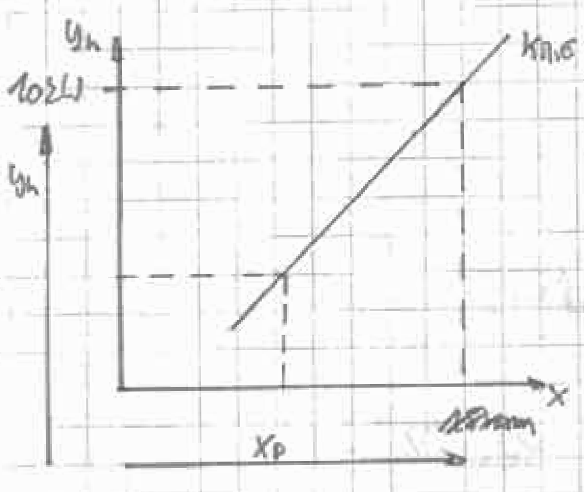

Strecke $\quad K_S = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta P_{zu}} = \frac{25\,K}{10\,kW} = \underline{2{,}5\,\frac{K}{kW}}$

Regler $\quad K_{R,E} = K_R \cdot K_V$

mit $K_R = \frac{3\,mm}{1\,K}$ ↗ Aufgabenstellung

$K_V = \frac{10\,kW}{15\,mm}$

$$\underline{\underline{K_{R,E} = 2\,\frac{kW}{K}}}$$




$X_p = \frac{Y_h}{K_{R,E}} = \frac{10\,kW \cdot K}{2\,kW} = \underline{\underline{5\,K}}$

Stellbereich $y = 15\,mm$ (max. Ventilhub)

b) Raumtemperatur 20 °C wird abgeführter Wärmestrom 2 kW kleiner

ges: neuer Beharrungszustand

$$G_{ges} = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2} \qquad \Delta$$

$G_1 \Rightarrow PT1$

$$G_{ges} = \frac{\frac{K_S}{1 + T_1 \cdot p}}{1 + \frac{K_S}{1 + T_1 \cdot p} \cdot \frac{K_V \cdot K_R}{1 + T_1 \cdot p}}$$

$\Rightarrow$ Beharrungszustand $t \Rightarrow \infty$ / $p = 0$

$$G_\infty = \frac{K_S}{1 + K_S \cdot K_V \cdot K_R} = \underline{0{,}41\overline{6} \ \frac{K}{kW}}$$

$$\cancel{G_\infty = \frac{\frac{K_S}{K_V \cdot K_R}}{1 + \frac{1}{K_S \cdot K_V \cdot K_R}}}$$

$$G_\infty = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta P}$$

$$\Delta \vartheta = 0{,}41\overline{6} \ \frac{K}{kW} \cdot 2 \ kW = \underline{0{,}832 \ K}$$

$\Rightarrow$ neuer Beharrungszustand bei $\underline{\underline{20{,}832 \ °C}}$

c) $$G_{ges} = \frac{\frac{K_S}{1+T_1\cdot p}}{1+\frac{K_S}{1+T_{1S}\,p}+\frac{K_V\cdot K_R}{1+T_{1R}\cdot p}}$$

$$= \frac{K_S}{(1+T_1 p)\cdot\left(1+\frac{K_S}{1+T_{1S}\cdot p}+\frac{K_V\cdot K_R}{1+T_{1R}\cdot p}\right)}$$

$$\frac{K_S}{1+T_1 p\cdot K_S+\frac{K_V\cdot K_R\cdot(1+T_{1S}\cdot p)}{(1+T_{1R}\cdot p)}}$$

$$\frac{K_S(1+T_{1R}\cdot p)}{1+T_{1R}\cdot p+T_{1S}\cdot p+T_{1S}\cdot T_{1R}\cdot p^2+K_S+\cancel{K_S}K_V T_{1R}\cdot p+K_V K_R(1+T_{1S}\cdot p)}$$

$$\frac{K_S(1+T_{1R}\cdot p)}{1+(T_{1R}+T_{1S}+K_S T_{1R}+K_{VR}T_{1S})p+T_{1S}T_{1R}\cdot p^2+K_S+K_V K_R}$$

$$\frac{\underbrace{\frac{K_S(1+\overbrace{T_{1R}}^{T_D}\cdot p)}{(1+K_S+K_V K_R)}}_{K}}{1+\underbrace{\left(\frac{T_{1R}+T_{1S}+K_S T_{1R}+K_{VR}T_{1S}}{1+K_S+K_V K_R}\right)}_{T_1}p+\underbrace{\frac{T_{1S}T_{1R}}{(1+K_S+K_V K_R)}}_{T_2^2}p^2}$$

↗ PDT2 - Verhalten

DGL: $T_2^2\ddot{x}_a+T_1\dot{x}_a+x_a=K(x_e+T_D\cdot\dot{x}_e)$

G

c) $$G_{ges} = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

$$= \frac{\dfrac{K_S}{1 + T_{1S} \cdot p}}{1 + \dfrac{K_S}{1 + T_{1S} \cdot p} \cdot \dfrac{K_V \cdot K_R}{1 + T_{1R} \cdot p}}$$

$$= \frac{\dfrac{K_S}{1 + T_{1S} \cdot p}}{1 + \dfrac{K_S \cdot K_{R,E}}{1 + T_{1S} p + T_{1R} \cdot p + p^2 \cdot T_{1S} T_{1R}}}$$

$$= \frac{K_S (1 + T_{1R} \cdot p)}{(1 + T_{1R} \cdot p)(1 + T_{1S} \cdot p) + K_S K_{R,E}}$$

$$= \frac{K_S (1 + T_{1R} \cdot p)}{1 + T_{1R} \cdot p + T_{1S} \cdot p + T_{1R} \cdot T_{1S} \cdot p^2 + K_S K_{R,E}}$$

Aufgabe 10.20

$$G_{34} = \frac{G_3}{1 + G_3 G_4}$$

$G_3 \Rightarrow PT0 = K_3$

$G_4 \Rightarrow IT0 = \frac{K_{i4}}{p}$

$$G_{34} = \frac{K_3}{1 + \frac{K_3 K_{i4}}{p}}$$

$$G_{234} = \frac{1}{\frac{1}{G_2} + G_{34}}$$

$G_2 \to \infty \quad \frac{1}{G_2} = 0$

$$G_{234} = \frac{1}{G_{34}}$$

$$= \frac{1}{\frac{K_3}{1 + \frac{K_3 K_{i4}}{p}}} = \frac{1}{K_3} + \frac{K_{i4}}{p}$$

$K_{i4} = \frac{1}{T_i}$

$=$

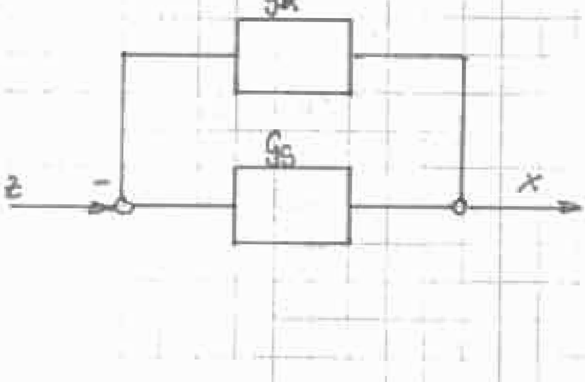
$\frac{1}{K_3}$ ausklammer 1 $\frac{K_{i4} \cdot K_3}{p}$

$$G_{234} = \overset{K}{\frac{1}{K_3}} \left(1 + \frac{K_3 K_{i4}}{p}\right)$$

$\nearrow$ PI0-Verhalten $K_3 \cdot K_{i4} = K_i = \frac{K}{T_i}$

$$G_{234} = G_R \to \text{Regler} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$$

Störverhalten




$$G_z = \frac{1}{\frac{1}{G_S} + G_3}$$

$$G_S = \frac{K_S}{1 + T_{1S} \cdot p}$$

$$G(z) = \frac{1}{\dfrac{1+T_{1s}\cdot p}{K_s} + K_R\left(1+\dfrac{1}{T_n p}\right)} \qquad \Big| \cdot K_s$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1+T_{1s}\cdot p}{K_s} + \dfrac{K_R K_s\left(1+\dfrac{1}{T_n\cdot p}\right)}{K_s}}$$

$$= \frac{K_s}{1+T_{1s}\cdot p + K_R K_s + \dfrac{K_R K_s}{T_i\cdot p}} \qquad \Big| \cdot T_i\cdot p$$

$$= \frac{K_s\,(T_i p)}{T_i p + T_i T_{1s}\, p^2 + K_R K_s T_i p + K_R K_s}$$

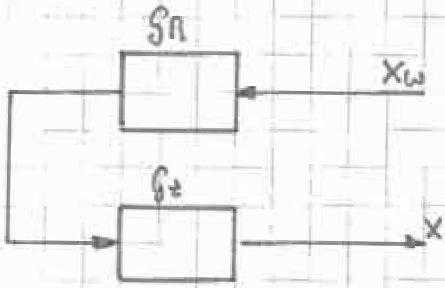
$$= \frac{K_s(T_i p)}{K_R K_s + (T_i + K_R K_s\cdot T_i)\cdot p + T_i T_{1s}\, p^2} \qquad \Big| : K_R K_s$$

$$= \frac{\dfrac{\cancel{K_s}}{K_R \cancel{K_s}}\,(T_i p)}{1 + \left(\dfrac{T_i}{K_R K_s} + T_i\right)\cdot p + \dfrac{T_i T_{1s}}{K_R K_s}\cdot p^2}$$

$$= \frac{K\left(\dfrac{1}{K_R}\right)\cdot T_i p}{1 + \underbrace{T_i\left(\dfrac{1}{K_R K_s} + 1\right)}_{T_1}\cdot p + \underbrace{\left(\dfrac{T_i T_{1s}}{K_R K_s}\right)}_{T_2}\cdot p^2}$$

mit $K\cdot T_i = K_D$ $\Rightarrow$ <u>DT2 - Verhalten</u>

Führungsverhalten




$$G_W = G_R \cdot G_z$$

$$G_R = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_n p}\right)$$

$$G_z = \frac{K \cdot T_n \cdot p}{1 + T_n\left(1 + \frac{1}{K_R K_s}\right)p + \frac{T_n \cdot T_{1s}}{K_R K_s} \cdot p^2}$$

$$G(w) = \frac{\frac{1}{K_R} \cdot (T_n \cdot p) \cdot K_R \left(1 + \frac{1}{T_n \cdot p}\right)}{1 + T_n\left(1 + \frac{1}{K_R K_s}\right)p + \frac{T_n T_{1s}}{K_R K_s} \cdot p^2}$$

$$= \frac{1 + T_n \cdot p}{1 + T_n\left(1 + \frac{1}{K_R K_s}\right)p + \frac{T_n T_{1s}}{K_R K_s} \cdot p^2}$$

mit $K = 1$ $\Rightarrow$ PDT 2 - Verhalten

b) DGL Störung

$$T_2^2 \ddot{x}_a + T_1 \dot{x}_a + x_a = K_D \cdot \dot{x}_e$$

$$K_R = \frac{1}{K_s} = 10$$

$$K_i = \frac{K_R}{T_i} \qquad T_i = \frac{K_R}{K_i} = \frac{1}{K_s \cdot K_{iu}} = \frac{1}{0{,}05} = \underline{\underline{20\,s}} = T_n$$

$$T_1 = T_n\left(\frac{1}{K_R K_s} + 1\right) = \underline{20{,}66\,s}$$

$$\underline{T_2^2 = 0{,}6\overline{66}\ s^2}$$

$$K = K_D = \frac{1}{K_s} \cdot T_n = \underline{2s}$$

$$\Rightarrow \ (0{,}6\overline{66}\,s^2)\,\ddot{x}_a + (20{,}66\,s)\,\dot{x}_a + x_a = 2s \cdot \dot{z}$$

Beharrungszustand $\ddot{x}_e = 0 ; \dot{x}_a = 0$

$x_a = K_I \cdot \dot{z}$

$x_a = 2s \cdot 0{,}3\, s^{-1}$

$\underline{x_a = 0{,}6}$

c) DGL Führung

$T_2 \ddot{x}_a + T_1 \dot{x}_a + x_a = K \cdot (x_e + T_D \cdot \dot{x}_e)$

$w = 0{,}8 \quad z = 0$

$w \Rightarrow 0{,}8 \Rightarrow K \cdot T_D \cdot \dot{x}_e + K \cdot w$

$x_a \Rightarrow \dot{x}_e , \dot{x}_a , \ddot{x}_a = 0$

$\underline{\underline{x_a = w = 0{,}8}}$

Aufgabe 10.22

$$G(p) = \frac{K}{5K-2+p}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{5K-2+j\omega}$$

$$= \frac{K(5K-2-j\omega)}{(5K-2+j\omega)\cdot(5K-2-j\omega)}$$

$$= \frac{5K^2-2K-j\omega K}{25K^2-10K-\cancel{5Kj\omega}-10K+4 \ldots +\cancel{5Kj\omega}-\cancel{2j\omega}-j^2\omega^2+\cancel{2j\omega}}$$

$$= \frac{5K^2-2K-j\omega K}{25K^2-20K+4+\omega^2}$$

$$= \frac{5K^2-2K-j\omega K}{(5K-2)^2+\omega^2}$$

$$Re(G) = \frac{5K^2-2K}{(5K-2)^2+\omega^2} \qquad Im(G) = \frac{-\omega K}{(5K-2)^2+\omega^2}$$

$$G(j\omega)^2 = \left(\frac{5K^2-2K}{(5K-2)^2+\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega K}{(5K-2)^2+\omega^2}\right)^2$$

$$= \frac{25K^4+4K^2+\omega^2K^2}{((5K-2)^2+\omega^2)^2}$$

Ortskurve

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\omega$ | = | $0$ | $1/T_1$ | $\infty$ |
| Re | = | $\frac{5K^2-2K}{(5K-2)^2}$ | | $0$ |
| Im | = | / | | $0$ |

$$G(p) = \frac{K}{(5K_1 - 2) + p} = \frac{K}{T_0 + T_1 p}$$

$$0 = T_0 x + T_1 \dot{x}$$

$$0 = a_0 x + a_1 \cdot \dot{x}$$

mit $a_0 = 5K - 2$

$a_1 = 1$

b hom. DGL $\quad 0 = 5K - 2x + \dot{x}$

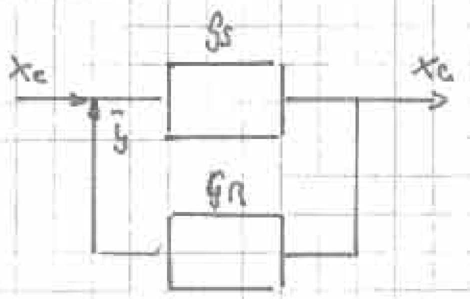
$a_0 = 5K - 2 \geq 0 \qquad >0$ stabil $\quad =0$ Stabilitätsgrenze

$K = 0{,}4$

Aufgabe 10.23

a) $IO = \frac{K_{is}}{p} = G_s$

$PO = K_R = G_R$




$G_{ges} = G_z = \frac{G_1}{1+G_1 G_2}$ o. $\frac{1}{\frac{1}{G_1}+G_2} = \frac{X}{Z}$

$$G_{ges} = \frac{G_s}{1+G_s \cdot G_R} = \frac{\frac{K_{is}}{p}}{1+\frac{K_{is}}{p}\cdot K_R} \quad | \cdot p$$

$$= \frac{p \cdot \frac{K_{is}}{p}}{p + K_{is}K_R} \quad | : K_{is}K_R$$

$$= \frac{\frac{1}{K_R}}{1+\frac{p}{K_{is}\cdot K_R}}$$

$$\frac{X}{Z} = \frac{\frac{1}{K_R}}{1+\frac{p}{K_{is}K_R}}$$ für Beharrungszustand $t \to \infty$ & $p = 0$

$X_\infty = \frac{1}{K_R} \cdot Z$

$X$ = Regelabweichung

$Z$ = Störgröße

$\Rightarrow$ Regelabweichung vergrößert sich bei steigender Störgröße

f) $G = \frac{K_{iS}}{p}$

$$G_z = \frac{\frac{K_{iS}}{p}}{1 + \frac{K_{iR} K_{iS}}{p^2}}$$

$$= \frac{K_{iS} \cdot p}{p^2 + K_{iS} K_{iR}}$$

$$= \frac{\frac{1}{K_{iR}} \cdot p}{1 + \frac{p^2}{K_{iS} K_{iR}}}$$

HURWITZ - Kriterium

$$0 = \frac{1}{K_{iS} K_{iR}} \cdot \ddot{X} + X$$

1. Kriterium von HURWITZ verletzt „alle Koeffizienten müßen vorhanden sein", $\dot{x}$ fehlt

↯ Strukturinstabilität

c) PID $\quad G_R = K\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$

$$G_S = \frac{K_{is}}{p}$$

$$G_Z = \frac{\frac{K_{is}}{p}}{1 + \frac{K_{is}}{p} \cdot K_R + \frac{K_R K_{is}}{T_i p^2}}$$

$$= \frac{\frac{K_{is}}{p}}{1 + \frac{K_{is} K_R}{p} + \frac{K_{iR} \cdot K_{is}}{p^2}} \quad \Big| \cdot p^2$$

$$= \frac{K_{is} \cdot p}{p^2 + K_{is} K_R \cdot p + K_{iR} K_{is}}$$

$$= \frac{\frac{1}{K_{iR}} \cdot p}{1 + \frac{K_R}{K_{iR}} \cdot p + \frac{1}{K_{iR} K_{is}} p^2}$$

$G_\infty \to \quad t \to \infty \quad \Rightarrow p = 0$

$G = \frac{X}{Z} \quad \Rightarrow \quad X = G_\infty Z$

$x_\infty = 0 \cdot Z \quad \Rightarrow \quad x_\infty = 0 \quad \Rightarrow$ Regelabweichung $= 0$

Aufgabe 10.25

$G_n \Rightarrow PT2 \quad G_n = \dfrac{K}{1 + T_1 \cdot p + T_2^2 \cdot p^2}$

$G_s \Rightarrow IT0 \quad G_s = \dfrac{K_{is}}{p}$

$$G_{ges} = G_z = \frac{1}{\frac{1}{G_s} + G_n}$$

$$= \frac{1}{\frac{p}{K_{is}} + \frac{K_n}{1 + T_{1n} \cdot p + T_{2n}^2 \cdot p^2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{p + T_{1n} p^2 + T_{2n}^2 \cdot p^3 + K_n K_{is}}{K_{is}(1 + T_{1n} \cdot p + T_{2n}^2 p^2)}}$$

$$= \frac{K_{is}(1 + T_{1n} \cdot p + T_{2n}^2 \cdot p^2)}{\underbrace{K_n K_{is}}_{a_0} + \underbrace{1}_{a_1} p + \underbrace{T_{1n}}_{a_2} p^2 + \underbrace{T_{2n}^2}_{a_3} \cdot p^3}$$

hom. DGL HURWITZ

$a_0 x + a_1 \dot{x} + a_2 \ddot{x} + a_3 \dddot{x} = 0$ (alle Glieder vorhanden, selbe Vorzeichen ⇒ stabil)

$\Rightarrow K_n K_{is} x + \dot{x} + T_{1n} \ddot{x} + T_{2n}^2 \dddot{x} = 0$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & T_{2n}^2 & 0 & 0 \\ K_n K_{is} & T_{1n} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T_{2n}^2 & 0 \\ 0 & K_n K_{is} & T_{1n} & 0 \end{vmatrix} > 0$$

DGL 3. Ordnung $\quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$

$1 \cdot T_{1n} - K_n K_{is} \cdot T_{2n}^2 > 0$

$$1 \cdot 6{,}4\,s - K_n \cdot 0{,}125\,s^{-1} \cdot 1{,}28\,s^2 > 0$$

$$K_n < \frac{6{,}4\,s^2}{0{,}125 \cdot 1{,}28\,s^2}$$

$$\underline{K_n < 40}$$

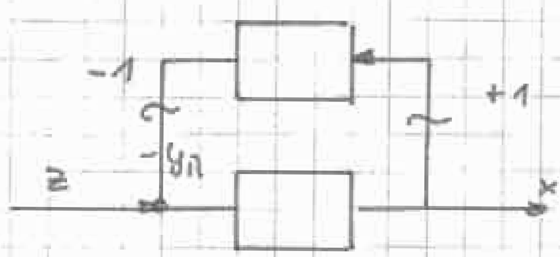
$K_n = 20 \Rightarrow$ stabil

$K_n = 40 \Rightarrow$ Stabilitätsgrenze

$K_n = 100 \Rightarrow$ instabil

NYQUIST

Stabilitätskriterium des offenen Regelkreises




$$\underline{G_0} = \underline{G_R} \cdot \underline{G_S}$$

$$\underline{G_0} = \frac{\frac{K_R \cdot K_{is}}{p}}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}$$

$$G_0(\omega) = \frac{K_R \cdot K_{is}}{j\omega + T_1 j^2 \omega^2 + T_2^2 j^3 \omega^3}$$

$$= \frac{K_R \cdot K_{is}}{j\omega - T_1\omega^2 - T_2^2 j\omega^3}$$

$$= \frac{K_R K_{is}(-j\omega + T_1\omega^2 + T_2^2 j\omega^3)}{(j\omega - T_1\omega^2 - T_2^2 j\omega^3)(-j\omega - T_1\omega^2 + T_2^2 j\omega^3)}$$

$$= \frac{-K_R K_{is} j\omega + K_R K_{is} T_2^2 j\omega^3 - K_R K_{is} T_1\omega^2}{-j^2\omega^2 - \cancel{T_1 j\omega^3} + \cancel{T_2^2 j^2 \omega^4} + \cancel{T_1 j\omega^3} + T_1^2\omega^4 - \cancel{T_1 T_2^2 j\omega^5} - \cancel{T_2^2 j^2 \omega^4} + \cancel{T_2^2 T_1 j\omega^5} - T_2^4 j^2 \omega^6}$$

$$= \frac{-K_R K_{is} j\omega + K_R K_{is} T_2^2 j\omega^3 - K_R K_{is} T_1\omega^2}{\omega^2 + T_1^2\omega^4 + T_2^4\omega^6}$$

$$= \frac{-K_R K_{is} j\omega + K_R K_{is} T_2^2 j\omega^3 - K_R K_{is} T_1\omega^2}{\omega^2 + T_1^2\omega^4 + T_2^4\omega^6}$$

$$\mathrm{Re}(G) = \frac{-K_R K_{is} T_1 \omega^2}{\omega^2 + T_1^2 \omega^4 + T_2^4 \omega^6}$$

$$\mathrm{Im}(G) = \frac{-K_R K_{is} \omega + K_R K_{is} T_2^2 \omega^3}{\omega^2 + T_1^2 \omega^4 + T_2^4 \omega^6}$$

$$\mathrm{Im} = 0 = -K_R \cdot K_{is} \omega + K_R K_{is} T_2^2 \omega^3$$

$$0 = -K_R K_{is} + K_R K_{is} T_2^2 \omega^2$$

$$\cancel{0 = K_R - K_i} \qquad \frac{\cancel{K_R K_{is}}}{\cancel{K_R K_{is}} T_2^2} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{T_2^2}} = \sqrt{\frac{1}{1{,}28\,s^2}} = \underline{0{,}8838\,s^{-1}}$$

$$\mathrm{Re}(G) < -1$$

$$\frac{-K_R K_{is} T_{1R} \cdot (0{,}8838\,s^{-1})^2}{(0{,}8838\,s^{-1})^2 + T_{1R}^2 (0{,}8838\,s^{-1})^4 + T_{2R}^4 (0{,}8838\,s^{-1})^6} < -1$$

$$-K_R < -43{,}29$$

$$\underline{K_R < 43{,}29}$$ -> durch Rundung entstande Abweichung

Aufgabe 10.26

$$G_S = K_S \cdot e^{-T_L \cdot p}$$

$$G_R = \frac{K_{iR}}{p}$$

$$G_0(p) = \frac{K_S \cdot K_{iR}}{p} \cdot e^{-T_L \cdot p}$$

$$G_0(\omega) = \frac{K_S K_{ir}}{\cancel{p} j\omega} \left( \cos(\omega T_L) - j\sin(\omega T_L) \right)$$

$$= -\frac{K_S K_{ir}}{\omega} \left( \sin(\omega T_L) + j\cos(\omega T_L) \right)$$

$Im(\omega_K) = 0$ für $0 < \omega < \infty$

$\Rightarrow \cos(\omega_K \cdot T_L) = 0$ für $\omega_K T_L = \frac{\pi}{2}$

$$\underline{\omega_K = \frac{\pi}{2 T_L}}$$

$$Re(\omega_K) = \frac{-2 \cdot T_L \cdot K_S \cdot K_{iR}}{\pi} > -1 \Rightarrow$$

$$T_L = \frac{\pi}{2 K_S K_{iR}}$$