Inhalte

1 Konstanter Volumenstrom **1**
1.1 Auswertung der Messwerte 1
1.2 Berechnung des Volumenstroms 1
1.3 Fehlerbetrachtung 3
1.4 Vergleich der gemessenen Volumenströme 4

2 Veränderlicher Volumenstrom **5**
2.1 Auswertung der Messwerte 5
2.2 Massebestimmung mit dem Volumenzähler 5
2.3 Massebestimmung mit der Blende 5
Massenstrom 5
Masse 7
2.4 Vergleich der Messmethoden 7

1 Messung eines konstanten Volumenstroms mit konstanter Dichte

1.1 Auswertung der Messwerte

Es wurden in Aufgabe 1 die Messwerte für den Differenzdruck $p_2 - p_1 := \Delta p$, den Druck vor der Blende p_1^* und den Strom I des Druckmessumformers für die Blende ermittelt und in Tabelle 1 zusammengestellt. Aus den gemessenen Stromstärken I des Druckmessunformers lässt sich aus der Beziehung

$$T = \frac{65\,\mathrm{K}}{16\,\mathrm{mA}}(I - 4\,\mathrm{mA}) + 273{,}15\,\mathrm{K} \tag{1.1}$$

die absolute Temperatur des Luftstroms vor der Blende bestimmen. Die berechneten Werte und die gemessenen Werte am Drehkolben-Volumenzähler sind ebenfalls in Tabelle 1 eingetragen.

Aus den gemessenen bzw. berechneten Werten lassen sich die Mittelwerte $\bar{x}$ und Schätzwerte s berechnen. Da es sich um eine Messung mit nur $N = 11$ Messwerten handelt lassen sich die Messunsicherheiten der Mittelwerte Δx zu

$$\Delta x = t_\alpha \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \tag{1.2}$$

angeben. Bei t_α handelt es sich um das Quantil der STUDENTschen t-Verteilung, das für eine Vertrauensgrenze von $P = 95\,\%$ $t_\alpha = 2{,}228$ beträgt.

Des Weiteren wurde am Druckmessumformer für den gesamten Messzeitraum eine Spannung $U = 5{,}14\,\mathrm{V}$ abgelesen. Daraus kann man den Umgebungsdruck zu

$$p_{\mathrm{amb}} = \frac{2 \cdot 10^4\,\mathrm{Pa}}{10\,\mathrm{V}} \cdot 15{,}4\,\mathrm{V} + 9 \cdot 10^4\,\mathrm{Pa} = 1{,}003 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \tag{1.3}$$

berechnen. Daraus ergibt sich für den absoluten Druck vor der Blende von

$$p_1 = p_1^* + p_{\mathrm{amb}} = 1{,}009 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}. \tag{1.4}$$

Der Fehler des Drucks Δp_1 erhöht sich mit der Messunsicherheit des Druckmessumformers der Klasse 1 auf

$$\Delta p_1 = \Delta p_1^* + 1\,\% \cdot p_{\mathrm{amb}} = 1{,}01 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa}. \tag{1.5}$$

1.2 Berechnung des Volumenstroms

Gegeben: $R = 287{,}05\,\mathrm{J/kg{\cdot}K}$ $d = 61{,}5\,\mathrm{mm}$ $\beta = \frac{d}{D} = 0{,}75$
$\kappa = 1{,}4$

Zur Berechnung des Volumenstroms ist noch die Bestimmung der Dichte

$$\varrho = \frac{p_1}{R \cdot T} = 1{,}174\,\mathrm{kg/m^3}, \tag{1.6}$$

Tabelle 1: Messung bei konstantem Volumenstrom und konstanter Dichte

	Blende				Drehkolben-Volumenzähler
	gemessene Werte			errechnete Werte	
τ	Δp	p_1^*	I	T	V
min	Pa	Pa	mA	K	m^3
0	336	630	10,42	299,23	746,0
1	337	630	10,43	299,27	
2	336	630	10,45	299,35	
3	335	620	10,46	299,39	
4	335	610	10,47	299,43	
5	334	600	10,48	299,48	
6	335	610	10,50	299,56	
7	335	620	10,51	299,60	
8	337	610	10,52	299,64	
9	338	620	10,53	299,68	
10	337	610	10,54	299,72	776,7
$\bar{x}$	336	617		299,49	
s	1,22	10,1		0,17	
Δx	0,82	6,78		0,11	

des absoluten Drucks nach der Blende

$$p_2 = \Delta p + p_1 = 1{,}012 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}, \tag{1.7}$$

der dynamischen Viskosität

$$\eta = \frac{1{,}46 \cdot 10^{-6}\left(\frac{T}{\mathrm{K}}\right)^{\frac{3}{2}}}{110 + \frac{T}{\mathrm{K}}} \cdot {}^{\mathrm{kg}}\!/\!_{\mathrm{m\cdot s}} = 1{,}848 \cdot 10^{-5}\,{}^{\mathrm{kg}}\!/\!_{\mathrm{m\cdot s}} \tag{1.8}$$

und der Expansionszahl

$$\epsilon = 1 - \left(0{,}351 - 0{,}256\beta^4 + 0{,}39\beta^8\right)\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right] = 1{,}001 \tag{1.9}$$

nötig. Der Volumenstrom durch die Blende muss iterativ bestimmt werden. Der Anfangswert für den Durchflusskoeffizienten C beträgt $C_0 = 0{,}6$.

$$C_i = 0{,}596\,1 + 0{,}026\,1\beta^2 - 0{,}261\beta^8 + 5{,}21 \cdot 10^{-4}\left(\frac{10^6\beta}{Re_{i-1}}\right)^{0{,}7} + (0{,}011\,8 + 0{,}006\,3A_{i-1})\beta^{3{,}5}\left(\frac{10^6}{Re_{i-1}}\right) \tag{1.10a}$$

Tabelle 2: Iterationsschritte zur Bestimmung des Volumenstroms $\dot{V}$

i	C_i	Re_i	A_i	$\dot{V}_i$
–	–	10^4	–	$\mathrm{m^3/h}$
0	0,6	5,09207	0,36102	185,881
1	0,60064	5,09749	0,36072	186,078
2	0,60063	–	–	186,076

$$\dot{V}_i = \frac{C_i}{\sqrt{1-\beta^4}} \cdot \epsilon \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho}\Delta p} \tag{1.10b}$$

$$Re_i = \frac{4\dot{V}_i \cdot \varrho}{\pi \cdot D \cdot \eta} \tag{1.10c}$$

$$A_i = \left(\frac{1{,}9 \cdot 10^4 \beta}{Re_i}\right)^{0{,}8} \tag{1.10d}$$

Die berechneten Werte für die Iterationsschritte sind in Tabelle 2 angegeben. Im letzten Iterationsschritt ergibt sich für den Volumenstrom

$$\boxed{\dot{V} = 186{,}08\,\mathrm{m^3/h}}.$$

1.3 Fehlerbetrachtung

Die Fehler der Mittelwerte der Messgrößen wurden schon in Tabelle 1 bzw. in (1.5) aufgeführt. Für die Fehler der gegeben oder nur einmalig aufgenommen Werte ergibt sich

$$\Delta d = 0{,}1\,\mathrm{mm} \tag{1.11a}$$

$$\frac{\Delta C}{C_2} = (1{,}647\beta - 0{,}5) \cdot 10^{-2} = 7{,}352 \cdot 10^{-3} \tag{1.11b}$$

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = 4 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\Delta p}{p_1}\right) = 1{,}332 \cdot 10^{-4} \tag{1.11c}$$

Daraus hat man dann mit

$$\frac{\Delta\dot{V}}{\dot{V}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta p_1}{p_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}\right)^2} \tag{1.12}$$

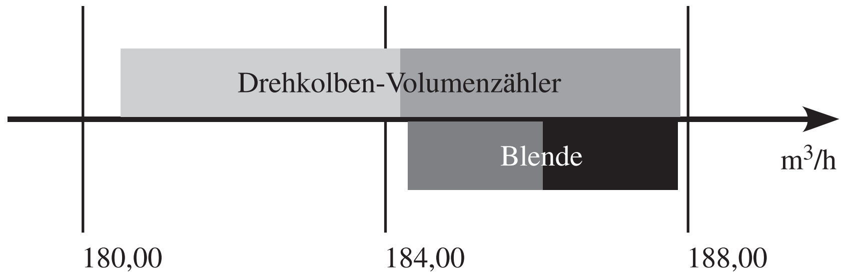

Bild 1: Vereinbarkeit der Ergebnisse für die Volumenströme des Drehkolben-Volumenzählers und der Blende

den relativen Fehler des Volumenstroms $\dot{V}$ zu

$$\frac{\Delta\dot{V}}{\dot{V}} = 0{,}955\,\%.$$

Das Ergebnis für den konstanten Volumenstrom bei konstanter Dichte gemessen an der Blende beträgt

$$\boxed{\dot{V} = (186{,}08 \pm 1{,}78)\mathrm{m^3/h} = 186{,}08\,\mathrm{m^3/h}\,(1 \pm 0{,}009\,55)}$$

1.4 Vergleich der gemessenen Volumenströme

Neben der Blende wurde der Volumenstrom auch mit dem Drehkolben-Volumenzähler gemessen. Die Messwerte sind der Tabelle 1 zu entnehmen. Daraus ergibt sich für den Messzeitraum von $\tau = 10\,\mathrm{min}$ ein Volumenstrom $\dot{V}$ von

$$\dot{V} = \frac{(776{,}7 - 746)\,\mathrm{m^3}}{10\,\mathrm{min}} = 184{,}2\,\mathrm{m^3/h} \tag{1.13}$$

Es wird der Fehler des Drehkolben-Volumenzählers mit 2% vom Messwert ausgewiesen, sodass sich der konstante Volumenstrom bei konstanter Dichte am Drehkolben-Volumenzähler zu

$$\dot{V} = (184{,}2 \pm 3{,}7)\mathrm{m^3/h} = 184{,}2\,\mathrm{m^3/h}\,(1 \pm 0{,}02)$$

angeben lässt.

Die Messergebnisse sind im Rahmen ihrer Unsicherheiten sehr gut miteinander vereinbar, da sowohl der Minimalwert des Volumenstroms, gemessen mit der Blende, an den Mittelwert des Drehkolben-Volumenzählers heran reicht, wie auch der Maximalwert des Drehkolben-Volumenzählers an den Mittelwert der Blende. Dies wird noch einmal in Bild 1 dargestellt.

2 Messung eines veränderlichen Volumenstroms mit veränderlicher Dichte

2.1 Auswertung der Messwerte

Es werden analog zu Abschnitt 1.1 die Messwerte aus Aufgabe 2 in Tabelle 3 zusammengestellt. Der gemessene Druck vor der Blende wurde gemäß (1.4) als Absolutdruck angegeben.

Für den Drehkolben-Volumenzähler wurden die Werte für das Volumen V, den absoluten Druck im Ausgleichsbehälter p und die Temperatur vor dem Volumenzähler T nur zum Zeitpunkt $\tau = 0\,\text{min}$ und $\tau = 15\,\text{min}$ bestimmt und in Tabelle 3 aufgezeichnet.

2.2 Massebestimmung mit dem Volumenzähler

Die Masse Luft, die im Versuchzeitraum den Drehkolben-Volumenzähler passiert hat lässt sich über die mittlere Dichte $\bar{\varrho}$ gemäß

$$\boxed{m = \bar{\varrho} \cdot (V_{15} - V_0) = 52{,}415\,\text{kg}} \tag{2.1a}$$

mit

$$\bar{\varrho} = \frac{p_0 + p_{15}}{R \cdot (T_0 + T_{15})} = 1{,}137\,{}^{\text{kg}}/_{\text{m}^3} \tag{2.1b}$$

bestimmen.

2.3 Massebestimmung mit der Blende

Massenstrom

Die Berechnung der Masse Luft, die im Versuchszeitraum die Blende passiert hat erfolgt summarisch aus den Massenströmen zum Zeitpunkt der Messung multipliziert mit deren Intervallzeit.

Es erfolgt die Bestimmung des Massenstroms ganz analog zur Bestimmung des Volumenstroms in Abschnitt 1.2. Es wird jedoch keine iterative Bestimmung des Durchflusskoeffizienten C angewendet, sondern der in Tabelle 2 im letzten Schritt ermittelte Wert $C = 0{,}600\,63$ weiter verwendet, da eine höhere Genauigkeit durch die erhöhten Unsicherheiten der einmaligen Messung kompensiert wird. Die Bestimmung der Dichte ϱ erfolgt nach (1.6) und der Expansionszahl ϵ nach (1.9) für jeden Zeitpunkt. Somit lässt sich der Massenstrom zur Zeit $\tau = i \quad i = 0 \ldots 15\,\text{min}$ berechnen mit

$$\dot{m}_i = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^4}} \cdot \epsilon_i \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \sqrt{2\varrho_i \cdot \Delta p_i} \tag{2.2}$$

Die Koeffizienten und der Massestrom zum jeweiligen Zeitpunkt sind in Tabelle 3 eingetragen. Die Masseströme sind des Weiteren mit ihrer Intervallbreite als Kastendiagramm in Bild 2 dargestellt. Es zeigt sehr gut den zeitlichen Verlauf der Änderung des Massenstroms.

Tabelle 3: Messung bei veränderlichem Volumenstrom und veränderlicher Dichte

	Blende							Drehkolben-Volumenzähler			
	gemessene Werte			errechnete Werte				gemessene Werte			errechnete Werte
τ	Δp	p_1	I	T	ϱ	ϵ	$\dot{m}$	V	p	I	T
min	Pa	10^5 Pa	mA	K	kg/m³	–	kg/min	m³	10^5 Pa	mA	K
0	609	1,0136	10,37	299,03	1,181	1,0020	4,920	805,2	1,0090	10,34	298,91
1	548	1,0125	10,51	299,60	1,177	1,0018	4,660				
2	488	1,0116	10,62	300,04	1,175	1,0016	4,391				
3	445	1,0109	10,72	300,45	1,172	1,0015	4,188				
4	402	1,0101	10,82	300,86	1,170	1,0013	3,976				
5	350	1,0093	10,90	301,18	1,167	1,0012	3,706				
6	309	1,0086	10,97	301,47	1,166	1,0010	3,479				
7	265	1,0077	11,03	301,71	1,164	1,0009	3,218				
8	230	1,0071	11,08	301,91	1,162	1,0008	2,996				
9	195	1,0066	11,13	302,12	1,161	1,0007	2,757				
10	194	1,0066	11,18	302,32	1,160	1,0006	2,749				
11	193	1,0065	11,23	302,52	1,159	1,0006	2,740				
12	192	1,0066	11,29	302,77	1,158	1,0006	2,732				
13	218	1,0071	11,37	303,09	1,158	1,0007	2,911				
14	256	1,0076	11,46	303,46	1,157	1,0009	3,154				
15	294	1,0084	11,57	303,90	1,156	1,0010	3,379	851,3	1,0060	15,16	318,49

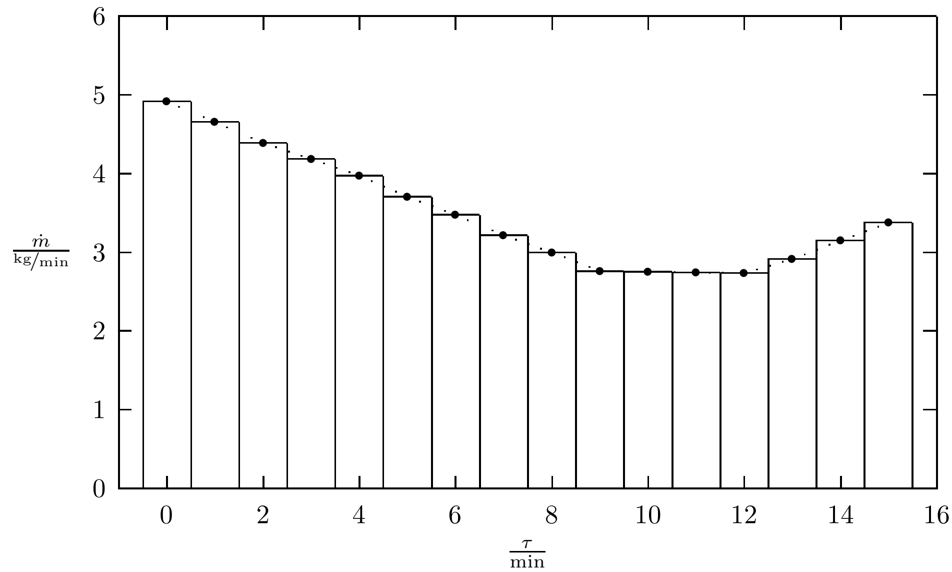

Bild 2: Massestrom $\dot{m}$ durch die Blende als Funktion der Zeit

Masse

Die Darstellung im Diagramm 2 verdeutlicht auch die Möglichkeit der Bestimmung der Gesamtmasse, die im Versuchszeitraum durch die Blende geströmt ist, aus

$$m = \dot{m}_0 \cdot 30\,\mathrm{s} + \sum_{k=1}^{14} \dot{m}_k \cdot 60\,\mathrm{s} + \dot{m}_{15} \cdot 30\,\mathrm{s}. \tag{2.3}$$

Damit beträgt die Masse Luft durch die Blende

$$\boxed{m = 51{,}675\,\mathrm{kg}}$$

2.4 Vergleich der Messmethoden

Bei einer sehr geringen Veränderung der Dichte, die im vorliegenden Fall bei $\approx 2\%$ liegt, liefern die beiden Methoden sehr vergleichbare Ergebnisse, die sich nur um $\approx 1{,}5\,\%$ unterscheiden. Somit reicht für viele Anwendungen die Messung mit einem Volumenzähler und die Mittlung der Dichte zur Bestimmung der Masse sicherlich aus.

Bei einem größeren Unterschied und nichtlinearen Veränderungen der Dichte und der Strömungsgeschwindigkeit würde man mit kleineren Messintervallen an der Blende die genaueren Ergebnisse erzielen.