

TEMPERATURMESSUNG

Praktikum in Mess- und Automatisierungstechnik

Mitarbeiter: Julia Schiffner
Thomas Bischoff
Stefan Nöbel

Aufgabe 1

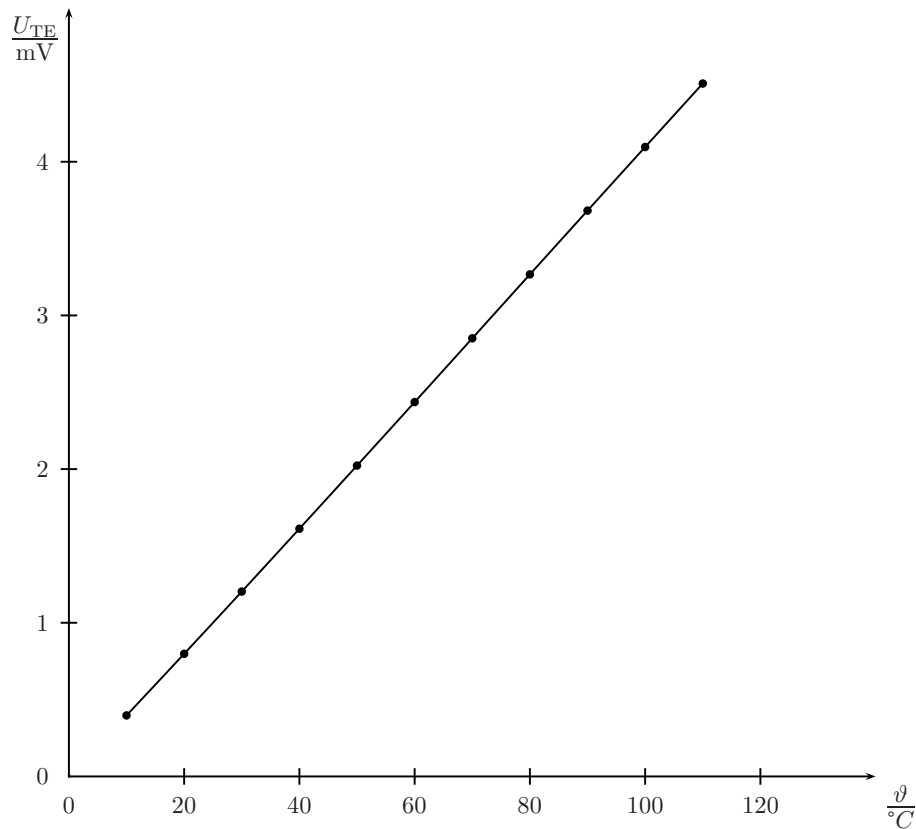


Bild 1: Thermospannung U_{TE} in Abhängigkeit der Fühlertemperatur ϑ für Thermoelemente Typ K (NiCr-NiAl)

Der zeitliche Verlauf der Thermospannung $U_{TE} = f(t)$ muß nicht in einen Temperaturverlauf $\vartheta_F = f(t)$ umgeschrieben werden. Die Fühlertemperatur ϑ ist, wie aus Bild 1 für die verwendeten Thermoelemente vom Typ K (NiCr-NiAl) hervorgeht, in dem betrachteten Temperaturbereich annähernd linear von der Thermospannung abhängig, so dass ein Umschreiben kaum Einfluß auf die Zeitkonstanten hätte. Ein Übertragen würde lediglich einer Änderung der Einteilung und Einheit der Ordinate nachseezwecken und damit das direkte Ablesen der Fühlertemperatur aus den aufgezeichneten Werten ermöglichen.

Die Zeitkonstanten Tot- und Verzugszeit

$$T_{t+u} = T_t + T_u, \quad (1)$$

Halbwertzeit $T_{0,5}$ und 9/10-Wert-Zeit $T_{0,9}$ wurden grafisch aus den beigegeführten Messschrieben ermittelt und mit dem Quotienten $\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}$ und dem um die Tot- und Verzugszeit

Fall	T_{t+u}	$T_{0,5}$	$T_{0,9}$	$\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}$	$\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$
1	3	41	160	3,9	4,1
2	3	56	178	3,2	3,3
3	1	31,5	123	3,9	4,0
4	2	53	184	3,5	3,6
5	8	78,5	243	3,1	3,3
6	2,5	18,5	59	3,2	3,5
7	12	87,5	242,5	2,8	3,1
8	3	25	74	3,0	3,2

Tabelle 1: Zeitkonstanten der verschiedenen Thermometerausführungen

korrigierten Quotienten

$$\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* = \frac{T_{0,9} - T_{t+u}}{T_{0,5} - T_{t+u}} \quad (2)$$

in Tabelle 1 zusammen gestellt.

Aufgabe 2

Die Zeitkennwerte T_{t+u} und $T_{0,9}$ sind, wie die Messdaten in Tabelle 1 zeigen, von verschiedenen Faktoren abhängig. Zum einen spielt die *Thermometerausführung* eine Rolle.

Der *Durchmesser* hat einen zweiteiligen Einfluss auf das Erwärmungsverhalten des Thermoelements. Wie der direkte Vergleich von Fall 1 und 2 zeigt sinkt bei kleinerem Durchmesser die 9/10-Wert-Zeit, die Tot- und Verzugszeit bleiben annähernd konstant, nur das endgültige Erreichen der Mediumtemperatur wird verzögert. Dies ist mit der zwar steigenden Wandstärke aber gleichzeitig auch größerer Oberfläche des TE zu erklären. Diese beiden gegenteiligen Effekte kompensieren sich in diesem Durchmesserbereich nahezu.

Bei einer größeren Differenz der Durchmesser, z.B. von Fall 4 zu Fall 7, wirkt sich die größere *Wanddicke* schon stärker auf die 9/10-Wert-Zeit aus, da sich das Verhältnis Wanddicke zu Oberfläche nun für den Wärmefluss immer negativer gestaltet. Auch steigt die T_{t+u} -Zeit markant an, da es insbesondere bei Widerstandsthermometer länger dauert, ehe sich die gesamte Messstelle gleichmäßig aufwärmt.

Stärker macht sich die Verwendung eines *Schutzrohrs* bemerkbar. Bei gleichen Durchmesser zeigt der Fall 3, bei Verwendung des TE ohne Schutzrohr, einen viel steileren Anstieg und ein schnelleres Erreichen von $T_{0,9}$, als das MTE im Fall 2. Die Verwendung des Thermoelements ohne Schutzrohr ist demnach zum Erfassen von dynamischen Messgrößen ideal jedoch ohne dieses sehr empfindlich auf mechanische Belastungen und somit für den industriellen Einsatz nicht geeignet.

Bei Verwendung von Widerstandsthermometern vom Typ Pt100 zeigt sich ein Unterschied im Zeitverhalten, das durch die verschiedenen *Meßprinzipien* bedingt ist. Im Vergleich von Fall 6 und 8, eines PT100 und eines TE bei gleichem Durchmesser und Medium, hat das Widerstandsthermometer eine größere Tot- und Verzugszeit wie auch 9/10-Wert-Zeit. Dies lässt sich wiederum mit der größeren Messstelle und deren Erwärmungsverhalten erklären. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass sich Widerstandsthermometer weniger für punktförmige Messungen eignen und auch die Stablänge durch den Kontakt des Mantels zum Messwiderstand einen größeren Einfluss auf die Messung haben, als dies bei Thermoelementen der Fall ist.

Die *Messstellenausführung* hat, ohne den oben diskutierten Einfluß des, offensichtlich weniger Auswirkung auf die Zeitkennwerte. Beim Vergleich von Mantelthermoelement (Fall 2) und Thermoelement im Schutzrohr (Fall 5), zeigt sich ein ähnliches Verhalten. Die Abweichung der $T_{0,9}$ -Zeiten lässt sich eher auf den Durchmesserunterschied zurück führen. Nur das Verzugsverhalten, repräsentiert durch T_{t+u} , ist beim Thermoelement im Schutzrohr stärker ausgeprägt, bedingt durch das unterschiedliche Verhalten der *Werkstoffe* bei instationärer Wärmeleitung. Im Fall 5 hat das TE keinen direkten Kontakt zum Mantel, so dass im Anfangszeitbereich durch einen geringeren Wärmestrom zum Messpunkt, die Luft zwischen Mantel und TE erwärmt werden muss.

Weitere Einflussfaktoren sind die *Messbedingungen*.

Hier ist am wichtigsten, den Einfluss des *Mediums* zu betrachten. Sowohl bei Ver-

wendung von Thermoelementen, als auch bei Widerstandsthermometern, zeigen die Messungen in Luft und in Wasser große Unterschiede. Beim Vergleich der Messung im Fall 7 und 8, das gleiche Widerstandsthermometer Pt100 in Luft und in Wasser ähnlicher Temperaturen, lässt sich erkennen, dass sowohl die Tot- und Verzugszeit als auch die 9/10-Wert-Zeit im Medium Wasser absinken. Besonders intensiv ist der Unterschied in den Werten von T_{t+u} , da sich der wesentlich höhere Wärmeübergangskoeffizient von Wasser zu Stahl auf das instationäre Verhalten am Anfang stärker auswirkt als im späteren Verlauf der Erwärmung, in dem der Wärmeleitkoeffizient, der nur von der Messstellenausführung abhängt, dominiert. Das gleiche Verhalten im Unterschied des Mediums zeigt sich auch bei Thermoelementen, z.B. zwischen Fall 5 und 6. Auch hier sind die Tot- und Verzugszeit, sowie die 9/10-Wert-Zeit im Wasser wesentlich kleiner als in Luft.

Aufgabe 3

Aus der Lösung der Differentialgleichung des Trägheitsglieds 1. Ordnung lässt sich ableiten, dass sich die Zeitkonstante T_1 zu

$$T_1 = \frac{t}{\ln(\Delta\vartheta) - \ln(\Delta\vartheta_0)} \quad (3)$$

bestimmen lässt.

Dies muss folglich auch für die speziellen Zeitkonstanten $T_{0,5}$ und $T_{0,9}$ gelten

$$T_{10,5} = \frac{T_{0,5}}{\ln(0,5\vartheta_\infty) - \ln(\vartheta_\infty - \vartheta_0)} \quad (4)$$

$$T_{10,9} = \frac{T_{0,9}}{\ln(0,1\vartheta_\infty) - \ln(\vartheta_\infty - \vartheta_0)} \quad (5)$$

Wenn PT1-Verhalten auftritt beschreiben beide Zeitkonstanten $T_{10,5}$ und $T_{10,9}$ dieselbe Funktion, so dass sich das erste Kriterium ergibt zu

$$\boxed{T_{10,5} \stackrel{!}{=} T_{10,9}} \quad (6)$$

Dieses Kriterium bietet den Vorteil des direkten Vergleichs der beiden Zeitkonstanten und der Differenz zwischen ihnen. Außerdem ist damit die Zeitkonstante T_1 als Zahlenwert bestimmt und kann zu Berechnungen genutzt werden. Nachteilig ist der doppelte Rechenaufwand für das bestimmen beider Konstanten.

Dieser Nachteil entfällt, wenn man den Quotienten $\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}$ unter Einbeziehung der umgeformten Lösung der Differentialgleichung aus Gleichung (3) bildet

$$\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} = \frac{\ln(0,1\vartheta_\infty) - \ln(\Delta\vartheta_0)}{\ln(0,5\vartheta_\infty) - \ln(\Delta\vartheta_0)} \quad (7)$$

und so das zweite Kriterium erhält

$$\boxed{\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} \stackrel{!}{=} \frac{\ln 0,1}{\ln 0,5} \approx 3,32} \quad (8)$$

Da die Differentialgleichung des Trägheitsglieds nur gilt, wenn statische Fehler zugunsten des dynamischen Fehler vernachlässigt werden, sind beide obigen Kriterien nach Gleichung (6) und (8) nur anzuwenden, falls die Tot- und Verzugszeit sehr klein ist. Gegebenenfalls ist die korrigierte Form des zweiten Kriteriums, ohne T_{t+u} aussagekräftiger, um das PT1-Verhalten eines Thermometres zu beurteilen

$$\boxed{\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* \approx 3,32} \quad (9)$$

Fall	$\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}$	$\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$	$\Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)$	$\Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$	$\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)$	$\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$
1	3,9	4,1	0,06	0,18	3,96	4,28
2	3,2	3,3	0,04	0,10	3,16	3,20
3	3,9	4,0	0,08	0,13	3,98	4,13
4	3,5	3,6	0,04	0,09	3,54	3,69
5	3,1	3,3	0,03	0,16	3,07	3,14
6	3,2	3,5	0,11	0,31	3,09	3,81
7	2,8	3,1	0,02	0,18	2,78	2,92
8	3,0	3,2	0,08	0,23	2,92	2,97

Tabelle 2: Zeitkonstanten und deren Messunsicherheiten

Die Vorteile des zweiten Kriteriums (8) und der abgewandelten Form (9) sind die schnellere Berechnen- und damit auch Bewertbarkeit der Messwerte. Des Weiteren erlaubt dieses Kriterium eine Einteilung der Thermometer in zwei Gruppen, mit Oberflächen oder Mittenwirkung. Da jedoch die Zeitkonstante T_1 nicht berechnet wird, kann aus diesem Kriterium bei zutreffendem PT1-Verhalten nicht der funktionale Zusammenhang der Temperatur von der Zeit ermittelt werden.

Zur Bewertung des PT1-Verhaltens sind die Messwerte aus Tabelle 1 um die Unsicherheit des Quotienten $\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}$

$$\Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right) = \left| \frac{\partial\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)}{\partial T_{0,9}} \right| \cdot \Delta T_{0,9} + \left| \frac{\partial\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)}{\partial T_{0,5}} \right| \cdot \Delta T_{0,5} \quad (10)$$

$$= \pm 0,5 \text{ s} \cdot \left(\frac{T_{0,5} + T_{0,9}}{T_{0,5}^2} \right) \quad (11)$$

und den Fehler $\Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$, des um die Tot- und Verzugszeit korrigierten Quotienten $\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$

$$\Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* = \left| \frac{\partial\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*}{\partial T_{0,9}} \right| \cdot \Delta T_{0,9} + \left| \frac{\partial\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*}{\partial T_{0,5}} \right| \cdot \Delta T_{0,5} + \left| \frac{\partial\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*}{\partial T_{t+u}} \right| \cdot \Delta T_{t+u} \quad (12)$$

$$= \pm 0,5 \text{ s} \cdot \left(\frac{T_{0,5} + T_{0,9}}{T_{0,5}^2} + \frac{T_{t+u} \cdot (T_{0,9} - T_{0,5})}{(T_{0,5} - T_{t+u})^2} \right) \quad (13)$$

ergänzt. Unter Berücksichtigung dieser maximalen Fehler finden sich in der Tabelle 2 die zur Bewertung heran gezogen Kriterien $\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)$ und $\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^*$. Für Fall 2 lässt sich feststellen, dass dieser am ehesten dem PT1-Verhalten entspricht.

Sowohl der mit der Messunsicherheit korrigierte Wert

$$\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right) = 3,16$$

wie auch

$$\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)^* = 3,20$$

liegt von allen gemessenen Fällen am nächsten an dem durch das Kriterium (8) bzw. (9) festgelegten Wert 3,32.

Das dynamische Temperaturverhalten kann in zwei Gruppen unterteilt werden. Es wird in Thermometer mit Voreilung bzw. Oberflächenwirkung, in Tabelle 2 grau hinterlegt, und solche mit Nacheilung bzw. Mittenwirkung unterschieden. Diese haben in Tabelle 2 weißen Hintergrund. Als Unterscheidungskriterium dient wiederum der Quotient $\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}} \pm \Delta\left(\frac{T_{0,9}}{T_{0,5}}\right)$. Liegt dieser oberhalb von 3,32 erfolgt die Einordnung in die Gruppe der Thermometer mit Oberflächenwirkung, liegt er darunter, zu Thermometern mit Mittenwirkung.